



Matemáticas 9

SEGUNDO BIMESTRE

..... GUÍA DEL ESTUDIANTE



MINEDUCACIÓN



GOBIERNO DE COLOMBIA

uncoli
UNION DE COLEGIOS INTERNACIONALES

Juan Manuel Santos Calderón
Presidente de la República

Yaneth Giha Tovar
Ministra de Educación Nacional

Helga Hernández Reyes
Viceministra de Educación Preescolar, Básica y Media (E)

Mónica Ramírez Peñuela
Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media

Camila Gómez Afanador
Subdirectora de Fomento de Competencias

Diego Pulecio Herrera
Subdirector de Referentes y Evaluación

Ana María Pérez Martínez
Coordinadora Aulas Sin Fronteras – MEN

Agradecimientos a los funcionarios del MEN que definieron e iniciaron este proyecto:

Gina Parody D'Echeona (Ministra de Educación Nacional 2014-2016)
Luis Enrique García de Brigard (Viceministro de Educación Preescolar Básica y Media 2014-2015)
Laura Patricia Barragán Montaña (Directora de Calidad para la Educación Preescolar Básica y Media 2014-2015)
Ana Bolena Escobar Escobar (Directora de Calidad para la Educación Preescolar Básica y Media 2015- 2016)
Paola Trujillo Pulido (Directora de Calidad para la Educación Preescolar Básica y Media 2016- 2017)
Fernando Díaz del Castillo (Coordinador Aulas Sin Fronteras UNCOLI 2015-2017)

Equipo encargado de la construcción de las guías pedagógicas y material audiovisual de Noveno grado
Unión de Colegios Internacionales (UNCOLI)

María Camila Jaramillo Cárdenas (Gimnasio La Montaña)
Coordinadora Aulas Sin Fronteras

Andrea Constanza Perdomo Pedraza (Colegio Santa Francisca Romana)
Coordinadora Equipo de Matemáticas Aulas Sin Fronteras

Equipo de Matemáticas Aulas Sin Fronteras

Merly Abril Ochoa (Colegio Italiano Leonardo Da Vinci)
Carlos Guerra Gómez (Colegio San Jorge de Inglaterra)
Johanna Marín (Colegio Andino)
Olga María Nagle Moreno (SED Chocó)

.....
Primera edición

Bogotá, D. C., diciembre 2017 - octubre 2018

Revisión editorial (Centro Cultural y Educativo Español Reyes Católicos)

Julio Manuel Pérez (Coordinador)
María Andreo Nogueira
Teres Andújar
Juan Antonio Cano
Luis Fernández López

Francisco Granados
María Antonia Marquina
María Gema Medina
Rubén Pajares
Francisco Pérez Davia

Cristina Portillo
Ricardo Román Carabaña
Marisol Ruíz Jiménez
Vicens Santamaría Mas

Edición

Paulina Zuleta Jaramillo

Diseño y diagramación

Pauline López Sandoval (Centro de Innovación Educativa Regional – Centro)
Mónica Contreras Páez (Centro de Innovación Educativa Regional – Centro)

ISBN

978-958-785-106-9

Colegios UNCOLI participantes

Los siguientes colegios miembros de la Unión de Colegios Internacionales de Bogotá participaron en el proyecto, aportando el tiempo y experiencia de uno o más docentes, en el periodo 2017-2018:



Con el apoyo de:



Colombia aprende
La red del conocimiento





Clase 1 Esta clase tiene video**Tema: Sistemas de ecuaciones lineales - método gráfico****Actividad 1****1 Lea con atención las siguientes situaciones:**

- En una caja hay dos bolsas que contienen la misma cantidad de mangos y una bolsa que contiene naranjas. Se desconoce cuántos mangos y cuántas naranjas hay en cada bolsa. En total, hay 11 frutas.

Supongamos que:

- x es número de mangos en cada bolsa de mangos.
- y es número de naranja en cada bolsa de naranjas.

La situación descrita la podemos representar por la ecuación lineal: $2x + y = 11$

- Ahora, en otra caja hay una bolsa de mangos y tres bolsas que contienen la misma cantidad de naranjas. Se sabe que en esa caja hay un total de 18 frutas.

Esta otra situación se representa por la ecuación: $x + 3y = 18$

La pregunta que tenemos que resolver es ¿cuántos mangos y cuántas naranjas hay en las respectivas bolsas?

Para solucionar la situación, se hace necesario determinar una solución común a las dos ecuaciones lineales en dos variables que se han obtenido del problema.

Este conjunto de dos ecuaciones con dos variables o incógnitas se le denomina **sistema de ecuaciones lineales 2×2** , y se escribe así:

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & \mathbf{1} \\ x + 3y = 18 & \mathbf{2} \end{cases}$$

Para establecer la cantidad de frutas en cada paquete, es necesario solucionar el sistema de ecuaciones planteado. Para ello, usaremos la representación gráfica de cada una de las ecuaciones e identificaremos que el punto de intersección entre las dos rectas será la solución.

Para solucionar se siguen estos pasos.

Paso 1. Se despeja y en las ecuaciones **1** y **2**, y se obtiene:

$$y = -2x + 11 \qquad y = -\frac{1}{3}x + 6$$

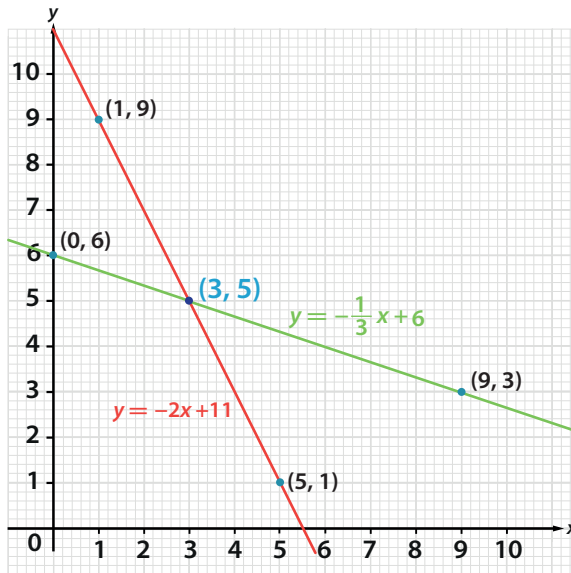
Paso 2. Se elabora una tabla de valores para determinar puntos en las dos rectas.

x	1	5
y	9	1

x	0	9
y	6	3



Paso 3. En un mismo plano cartesiano se dibujan las dos rectas.



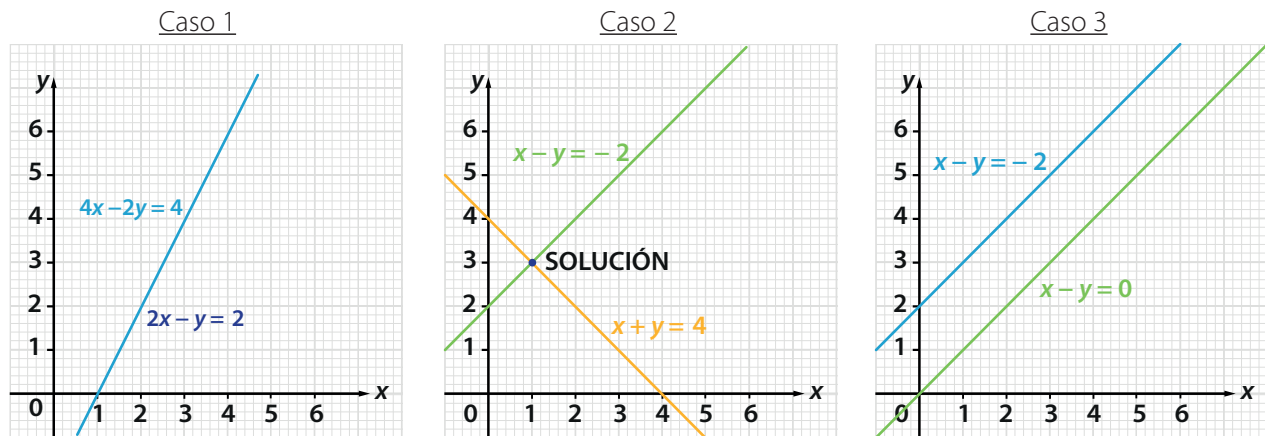
1

La expresión $y = mx + b$ define una línea recta donde m es la pendiente y b el punto de corte con el eje y .

■ ¿Qué estrategia, diferente a tabular, se puede usar para graficar una línea recta?

Paso 4. Se identifican las coordenadas del punto de intersección entre las rectas, pues esta será la solución del sistema. La solución del sistema es $x = 3$ y $y = 5$. **1**

2 Observe las siguientes gráficas que muestran las posiciones que pueden tener dos rectas ubicadas en un mismo plano y su relación con las soluciones de un sistema de ecuaciones.



Para el caso 1. Las dos ecuaciones describen la misma recta, se dice que en este caso el sistema tiene infinitas soluciones y recibe el nombre de **dependiente**.

a) Explique porqué el sistema tiene infinitas soluciones.

Para el caso 2. Las rectas se intersectan en un punto; se dice que en este caso el sistema tiene una única solución y recibe el nombre de **consistente**.

b) Explique porqué el sistema tiene única solución.

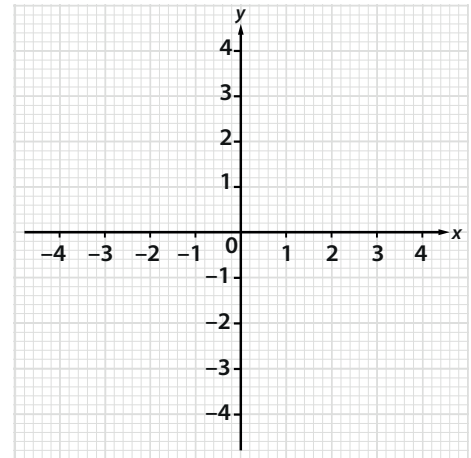
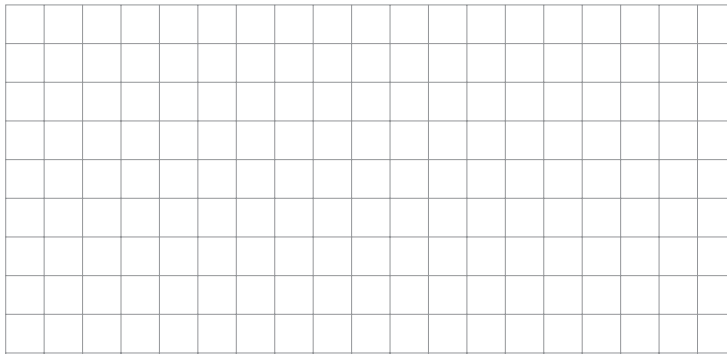
Para el caso 3. Las rectas no se intersecan en ningún punto; se dice que en este caso el sistema no tiene solución y recibe el nombre de **inconsistente**.

c) Explique porqué el sistema tiene o no tiene solución.

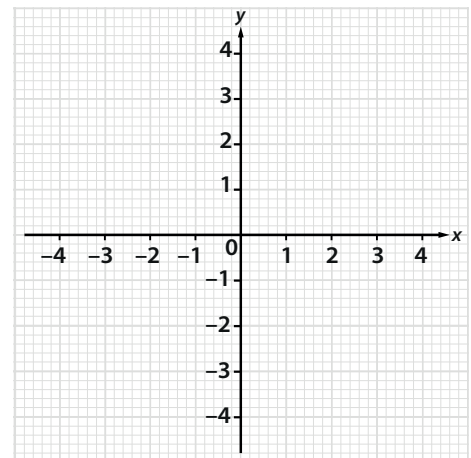
Actividad 2

1 Resuelva por el método gráfico los siguientes sistemas de ecuaciones:

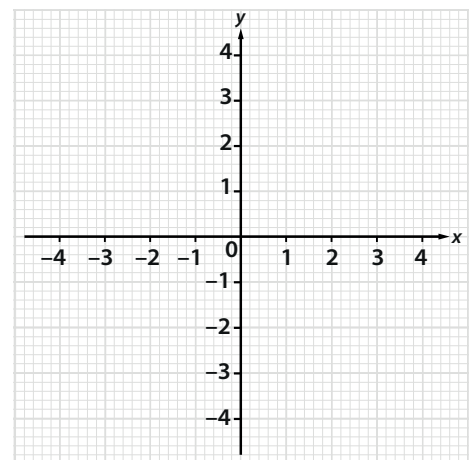
a)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$



b)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$



c)
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 5 \end{cases}$$



Clase 2

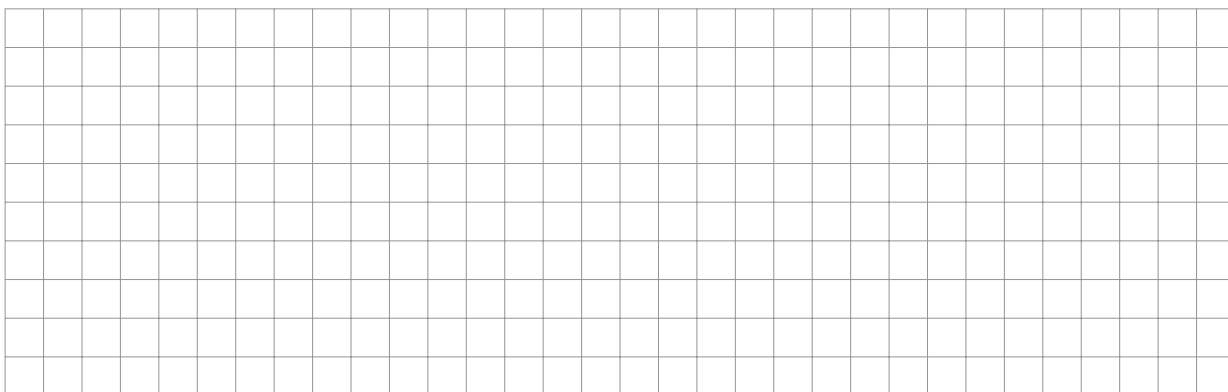
Actividad 3

1 Grafique en el plano cartesiano las ecuaciones de cada sistema. Luego determine su solución.

a)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$



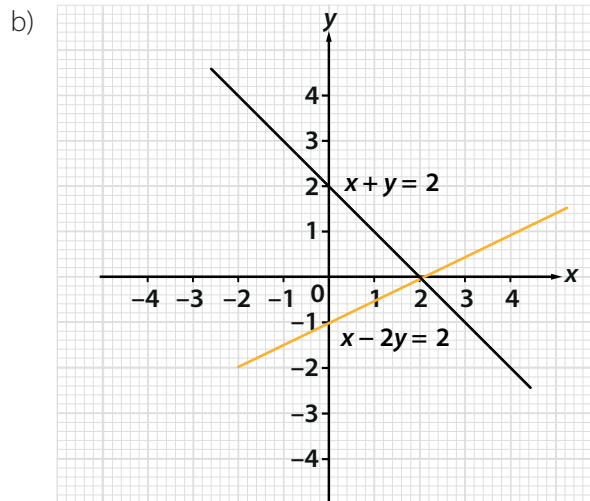
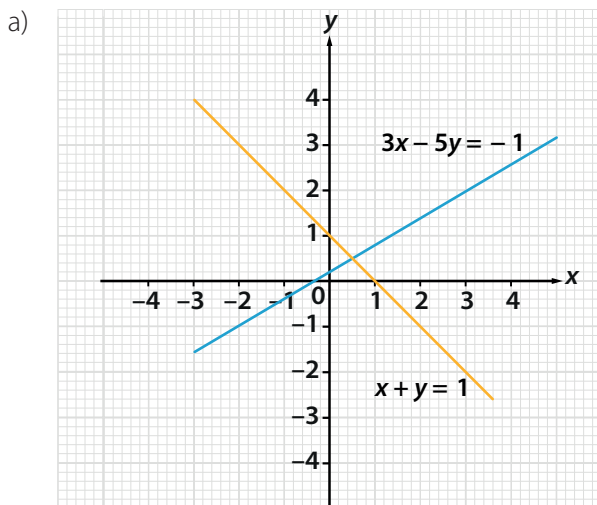
b)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 0,2x - 0,5y = 0,1 \end{cases}$$



c)
$$\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

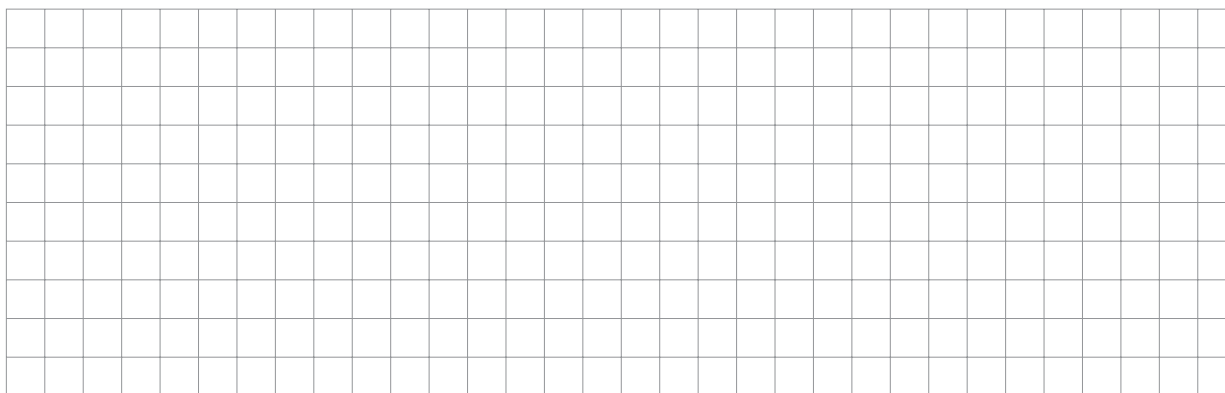
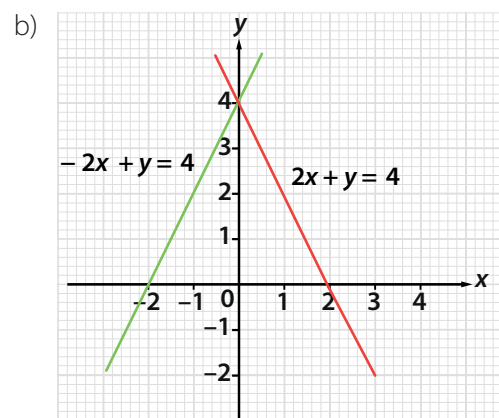
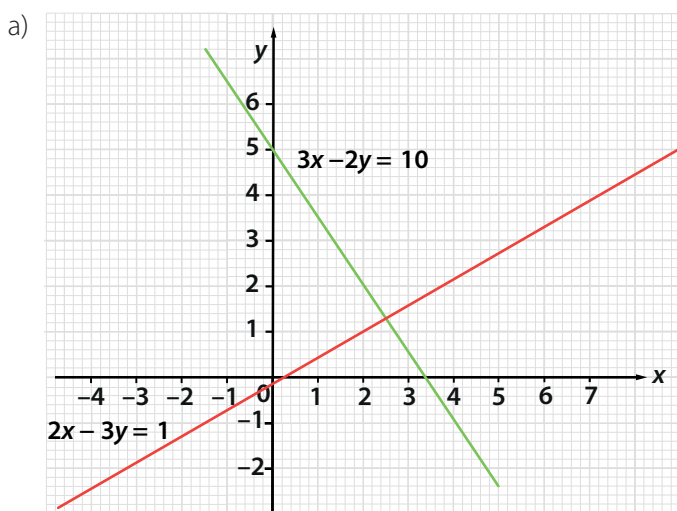


- 2 En las siguientes gráficas están representados sistemas de ecuaciones 2×2 . Determine la solución para cada sistema.



Actividad 4

- 1 Encuentre la solución de los sistemas de ecuaciones representados gráficamente y verifique que satisfacen cada una de las ecuaciones de cada sistema.



- 2 En cada caso, escriba una ecuación lineal que junto con la ecuación $5x - 2y = -4$ forme un sistema 2×2 que sea: consistente, inconsistente, dependiente. Luego, represente la solución gráfica de cada sistema y explique las diferencias tanto en las gráficas como en las ecuaciones.

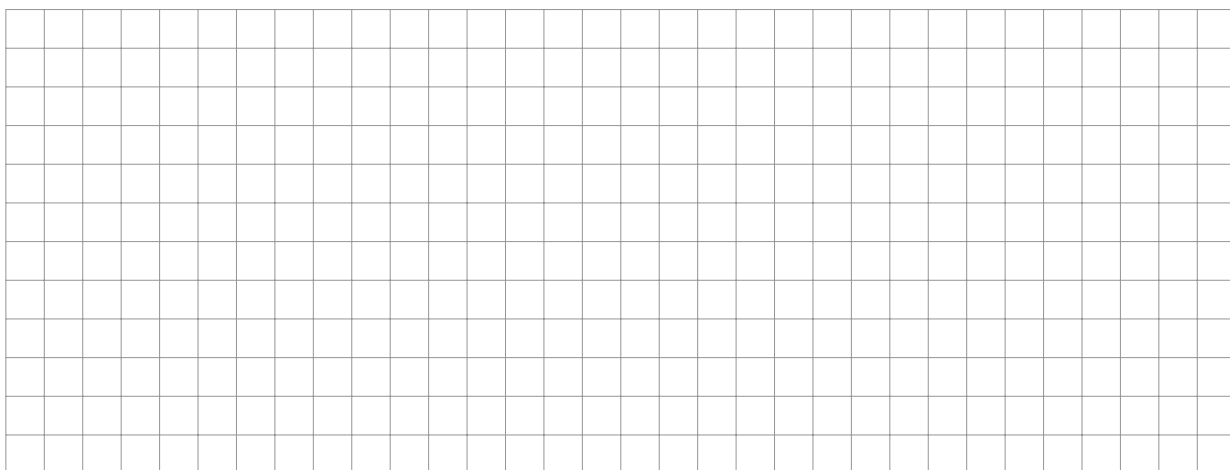
a) Consistente



b) Inconsistente



c) Dependiente



Clase 3

Tema: Solución de problemas

Actividad 5

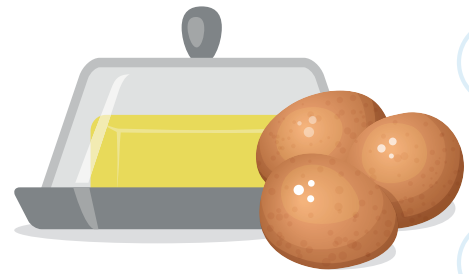
Solucione los siguientes problemas. Para ello, siga los pasos sugeridos a continuación:

- Lea cuidadosamente el problema e identifique los datos que serán representados por las variables x y y .
- Plantee el sistema de ecuaciones que relaciona la información.
- Solucione el sistema por el método gráfico. Elabore la gráfica de cada ecuación lineal y determine el punto en el cual se intersecan las rectas.
- Responda la pregunta del problema.

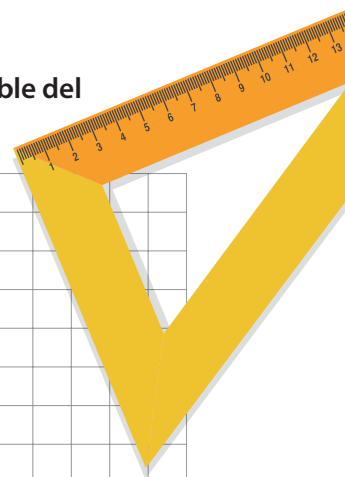
- 1 El grado noveno realizó una actividad deportiva con el fin de reunir fondos para comprar el uniforme del equipo de fútbol. Cuando se hizo el balance final se encontró que se habían recogido 105 billetes entre billetes de \$ 2.000 y de \$ 5.000. ¿Cuántos billetes de \$ 2.000 y cuántos de \$ 5.000 había si el total que se recolectó fue \$ 450.000?



- 2** Catalina va al supermercado. Para llevar 4 docenas de huevos y 3 libras de mantequilla debe pagar \$ 14.100; pero si solamente lleva 3 docenas de huevos y una libra de mantequilla el valor a pagar será de \$ 8.700. Ella desea saber el costo de una docena de huevos y el costo de una libra de mantequilla.

[illegible]

- 3 El perímetro de un rectángulo es de 48 cm. Si el largo del rectángulo equivale al doble del ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?



Clase 4 Esta clase tiene video

Tema: Sistemas de ecuaciones lineales - método de igualación

Actividad 6

- 1** Lea la información dada sobre el método de igualación para solucionar sistemas de ecuaciones en dos variables. Analice el ejemplo dado. **2**

Ejemplo

Solucione el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 7a - 3b = 15 \\ 5a + 6b = 27 \end{cases}$$

Se despeja la variable a , en ambas ecuaciones, obteniéndose:

$$a = \frac{15 + 3b}{7} \qquad a = \frac{27 + 6b}{5}$$

Ahora, se igualan las dos expresiones obtenidas para a y se soluciona para despejar b .

$$\frac{15 + 3b}{7} = \frac{27 - 6b}{5}$$

$$75 + 15b = 189 - 42b$$

$$15b + 42b = 189 - 75$$

$$57b = 114$$

$$b = \frac{114}{57}$$

$$b = 2$$

Luego, se reemplaza el valor obtenido para b en la primera ecuación y se halla el valor de a .

$$7a - 3(2) = 15 \qquad 7a - 6 = 15 \qquad 7a = 21 \qquad a = 3$$

Finalmente, se verifican las soluciones.

$$7(3) - 3(2) = 21 - 6 = 15$$

$$5(3) + 6(2) = 15 + 12 = 27$$

- 2** Repita el proceso anterior despejando inicialmente la variable b . Luego, verifique que se llega a la misma solución.

[illegible]

Para solucionar sistemas de ecuaciones 2×2 por **igualación** se procede así:

1. Se despeja la misma variable o incógnita de las dos ecuaciones del sistema.
2. Aplicando la transitividad de las igualdades se igualan las dos expresiones obtenidas para la variable despejada.
3. Se soluciona la ecuación obtenida.
4. Luego, se reemplaza el valor obtenido en una de las dos ecuaciones y se halla el otro valor.
5. Finalmente, se verifica que los dos valores obtenidos para las variables satisfacen las ecuaciones del sistema.

Actividad 7

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando el método de igualación.

$$1 \quad \begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

[illegible]

$$2 \quad \begin{cases} 5x + 11y = 26 \\ 7x + 8y = 29 \end{cases}$$

[illegible]

3 $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + 5y = -3 \end{cases}$

[illegible]

4 $\begin{cases} 3(a + b) = -4 \\ a - b = -2 \end{cases}$

[illegible]

Clase 5

Tema: Solución de problemas

Actividad 8

Analice el ejemplo dado a continuación de un problema que genera un sistema de ecuaciones.

Gabriel tiene en su bolsillo billetes de \$ 10.000 y \$ 5.000 que suman \$ 50.000. Si se cambia el número de billetes de \$ 10.000 por el número de billetes de \$ 5.000 y viceversa, entonces suman \$ 70.000. Determine el número de billetes que tiene Gabriel de cada denominación.



Sea: x el número de billetes de \$ 10.000 que tiene Gabriel

y el número de billetes de \$ 5.000 que tiene Gabriel

Ahora, se plantean las ecuaciones con base en el enunciado del problema:

$$10.000x + 5.000y = 50.000 \quad \text{1}$$

$$5.000x + 10.000y = 70.000 \quad \text{2}$$

Luego, se despeja la variable y de las ecuaciones 1 y 2

$$y = \frac{50.000 - 10.000x}{5.000} \quad \text{3} \qquad y = \frac{70.000 - 5.000x}{10.000} \quad \text{4}$$

Se igualan las ecuaciones 3 y 4 y se despeja x .

$$\frac{50.000 - 10.000x}{5.000} = \frac{70.000 - 5.000x}{10.000} \quad \text{5}$$

$$10.000(50.000 - 10.000x) = 5.000(70.000 - 5.000x)$$

$$2(50.000 - 10.000x) = 70.000 - 5.000x$$

$$100.000 - 20.000x = 70.000 - 5.000x$$

$$100.000 - 70.000 = 20.000x - 5.000x$$

$$30.000 = 15.000x$$

$$x = \frac{30.000}{15.000} \qquad x = 2 \quad \text{6}$$

Se reemplaza el valor de x en 3

$$y = \frac{50.000 - 10.000(2)}{5.000} = \frac{50.000 - 20.000}{5.000} = \frac{30.000}{5.000} = 6 \qquad y = 6 \quad \text{7}$$

Luego la solución del sistema es $x = 2, y = 6$ 3

Falta un paso en el proceso que es la comprobación.

Verifique que los valores $x = 2$ y $y = 6$ satisfacen las ecuaciones 1 y 2, del sistema generado por el problema del ejemplo.

Actividad 9

Escriba el sistema de ecuaciones generado por cada uno de los siguientes problemas y resuélvalo por el método de igualación.

- 1** En una granja hay cerdos y gansos. Al contar las cabezas hay 50 y al contar las patas hay 134. ¿Cuántos animales hay de cada especie?

[illegible]

- 2** Hace 4 años la edad de María era el doble de la de Tatiana. Dentro de 8 años, la edad de Tatiana será $\frac{5}{8}$ de la edad de María. ¿Qué edad tienen actualmente María y Tatiana?

[illegible]

- 3** Para ingresar a la Universidad del Chocó se aplica una prueba de razonamiento que consta de 30 preguntas. Por cada respuesta correcta se asignan 5 puntos y por cada incorrecta (o no contestada) se restan 2 puntos. Si un participante obtuvo un puntaje de 94 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?

[illegible]

Clase 6

Tema: Solución de un sistema de ecuaciones por sustitución

Actividad 10

- 1 Observe la manera en la que se solucionó el sistema de ecuaciones. 4

$$\begin{cases} y + 2x = 8 & \text{1} \\ 2y + 4 = 6x & \text{2} \end{cases}$$

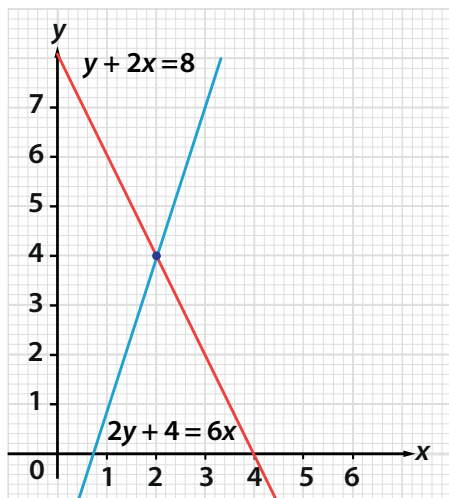
$$\begin{aligned} y &= 8 - 2x && \text{Se despeja la variable } y \text{ en la ecuación 1.} \\ 2(8 - 2x) + 4 &= 6x && \text{Se sustituye en ecuación 2.} \\ 16 - 4x + 4 &= 6x && \text{Se resuelve aplicando la propiedad distributiva.} \\ -4x - 6x &= -16 - 4 && \text{Se despeja } x \\ -10x &= -20 \\ x &= 2 \\ 2y + 4 &= 6 \cdot 2 && \text{Se sustituye en la ecuación 2 el valor de } x. \\ 2y &= 12 - 4 && \text{Se halla el valor de } y. \\ 2y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Finalmente, se verifica en las ecuaciones que los valores encontrados satisfacen las igualdades.

$$\begin{array}{ll} y + 2x = 8 & 2y + 4 = 6x \\ 2(4) + 4 = 6(2) & (4) + 2 \cdot (2) = 8 \\ 12 = 12 & 8 = 8 \end{array}$$

En conclusión, la solución del sistema es $x = 2$ y $y = 4$.

- 2 Analice la gráfica de las rectas que forman el sistema anterior.



¿Qué significan gráficamente los valores encontrados?

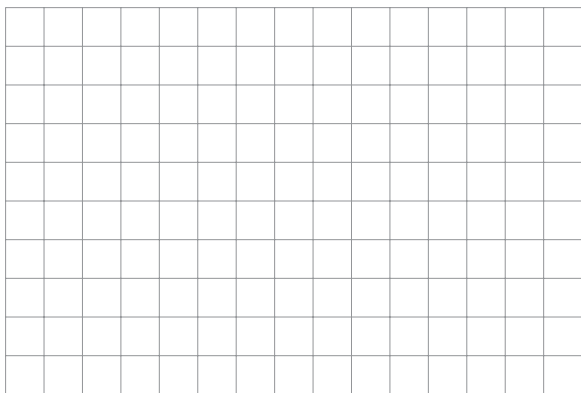
Para solucionar un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, se realizan los siguientes pasos:

1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones dadas.
 2. Se sustituye la expresión obtenida en el primer paso en la otra ecuación y se resuelve.
 3. Se encuentra el valor de la otra variable sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones del sistema el valor de la variable que se halló en el segundo paso.
 4. Se verifican las soluciones.
- Explique con sus propias palabras por qué este método se llama sustitución.

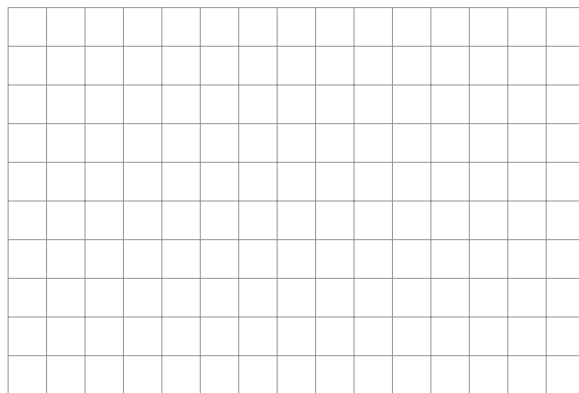
Actividad 11

1 Solucione los siguientes sistemas por el método de sustitución.

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 8x + 4y = 6 \end{cases}$$

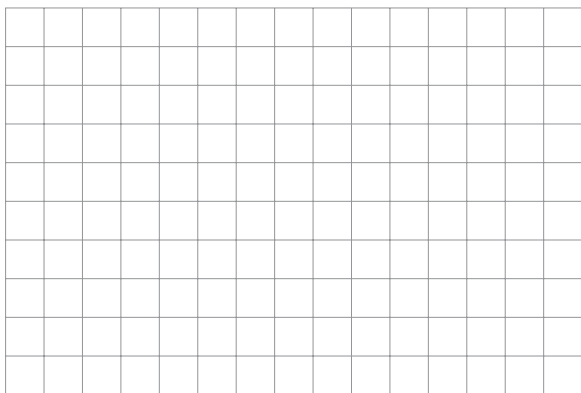


b)
$$\begin{cases} 2x - 5y = 7 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$$

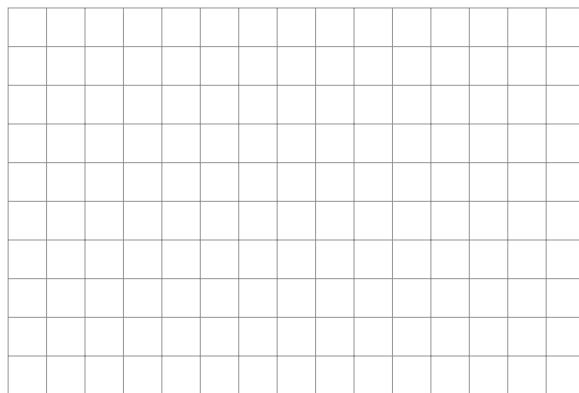


2 Compruebe si el punto dado es solución del sistema de ecuaciones. En caso de no serlo, halle la solución correcta.

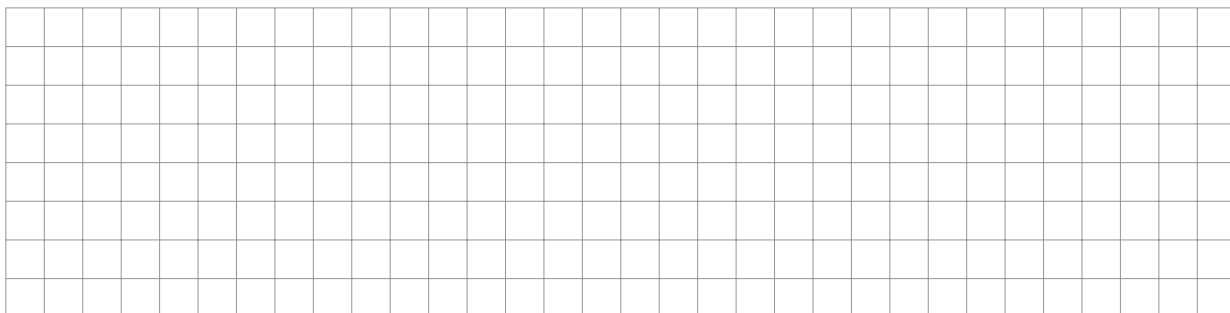
a)
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$$
 Solución $x = 6; y = 3$



b)
$$\begin{cases} 2x + 7y = 11 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$
 Solución $x = 2; y = 1$



3 Encuentre el valor de x y de y a partir del planteamiento y la solución de un sistema de ecuaciones. El doble de x más el triple de y es igual a 4 y el doble de x más y es igual a 2.



Clase 7

Tema: Solución de un sistema de ecuaciones por reducción

Actividad 12

1 Lea la siguiente información.

Un cuarto método para solucionar un sistema de ecuaciones es el de **reducción** y se siguen estos pasos.

Paso 1. Se multiplican los términos de una o de las dos ecuaciones por números reales, buscando que los coeficientes de una de las variables en las dos ecuaciones difieran en el signo.

Paso 2. Se suman las ecuaciones transformadas de tal forma que se elimine una variable y se despeje la otra variable.

Paso 3. Se calcula el valor de la incógnita que falta sustituyendo en una de las ecuaciones originales.

2 Observe la manera en la que se solucionó el sistema de ecuaciones usando el método de reducción.

$$\begin{cases} 2x + y = 7 & \text{1} \\ x + y = 5 & \text{2} \end{cases}$$

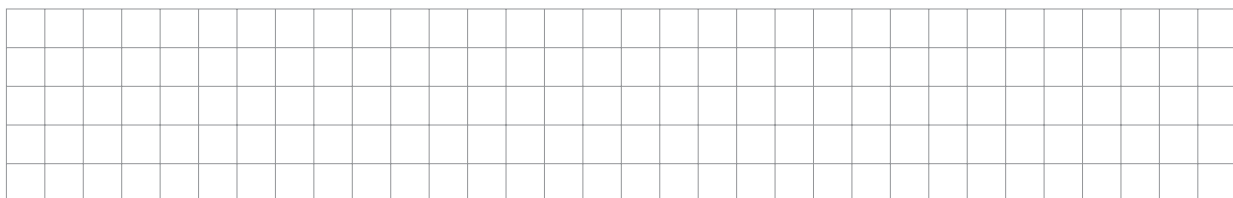
$$\begin{array}{rcl} -2x - y = -7 & & \text{Se multiplica la ecuación 1 por } -1 \\ -2x - y = -7 & & \\ x + y = 5 & & \text{Se suman las ecuaciones transformadas para eliminar } y \\ \hline -x + 0y = -2 & & \\ -x = -2 & & \text{Se despeja } x \\ x = 2 & & \end{array}$$

Como ya se tiene el valor de x , es posible reemplazarlo en una de las ecuaciones para encontrar el valor de y ; en este caso se reemplazará en la ecuación 2.

$$\begin{array}{rcl} x + y = 5 & & \\ 2 + y = 5 & & \text{Se sustituye el valor de } x \text{ en una de la ecuación 2} \\ y = 3 & & \text{Se despeja la variable } y \end{array}$$

En conclusión, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 2$ y $y = 3$.

2 Explique cómo se relaciona el siguiente esquema con el método de reducción.



Actividad 13

- 1** Escriba frente a cada ecuación el número por el cual se debe multiplicar para eliminar la variable indicada al sumar las ecuaciones. Explique su respuesta.

a) $\begin{cases} 2m - n = 4 \\ -4m + 3n = -2 \end{cases}$

Eliminar la variable n

[illegible]

$$\text{b) } \begin{cases} -4x - 6y = 7 \\ -2x - 3y = 6 \end{cases}$$

Eliminar la variable y

[illegible]

- 2** Solucione los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción.

a) $\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

[illegible]

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 0 \\ \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}y = 1 \end{cases}$$

Actividad 14

Resuelva en una hoja los sistemas de ecuaciones por reducción y según la solución obtenida asocie el caso correspondiente uniéndolo con una línea.

$$1 \quad \begin{cases} -2x + y = -8 \\ x - \frac{1}{2}y = 4 \end{cases}$$

No tiene solución, si al sumar las dos ecuaciones se obtiene la ecuación $0 = c$ (c es una constante diferente de 0) se eliminan las dos variables.

$$2 \quad \begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

Tiene infinitas soluciones, si al sumar las dos ecuaciones se obtiene la ecuación $0 = 0$.

$$3 \quad \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = -3 \end{cases}$$

Tiene una solución, si al sumar las dos ecuaciones se obtiene la ecuación $x = a$ (a es un número real).

1 Halle los valores para que la solución de cada sistema sea la dada en cada caso.

Solución $(-1, 2)$

[illegible]

Solución $(-3, 1)$

[illegible]

a) Este sistema resulta más adecuado resolverlo por el método de **sustitución** ya que una de las variables se encuentra despejada en una de las dos ecuaciones.

[illegible]

b) Este sistema puede resolverse por el método de **igualación** ya que se encuentra despejada la misma variable en las dos ecuaciones.

[illegible]

c) Este sistema resulta más adecuado resolverlo por el método de **reducción** ya que no es sencillo despejar una de las variables en las dos ecuaciones.

[illegible]

3 La elección del método depende de la estructura de cada una de las ecuaciones que conforman el sistema de ecuaciones. Sin embargo, cada estudiante elige su método favorito de solución. ¿Cuál método prefiere utilizar? ¿Por qué?

[illegible]

Clase 8

Tema: Solución de problemas con sistemas de ecuaciones

Actividad 16

- 1 Lea atentamente la información sobre los pasos para solucionar un sistema de ecuaciones.

Primero: leer con atención el enunciado.

Segundo: identificar las variables y plantear el sistema de ecuaciones.

Tercero: escoger un método para solucionar el sistema.

Cuarto: verificar las soluciones y responder la pregunta del problema

- 2 Lea la siguiente situación y su proceso de solución.

■ Leer el enunciado.

Juan compró 2 lápices y 3 borradores por \$ 6.600 y Camila compró 3 lápices y 4 borradores por \$ 9.300. ¿Cuál es el precio de un lápiz y cuál es el precio de un borrador?

■ Identificar variables.

x es el precio de un lápiz y es el precio de un borrador

■ Plantear sistemas de ecuaciones.

Juan compró 2 lápices y 3 borradores por \$ 6.600 $\longrightarrow 2x + 3y = 6.600$

Camila compró 3 lápices y 4 borradores por \$ 9.300 $\longrightarrow 3x + 4y = 9.300$

■ Elegir un método para solucionarlo, en este caso reducción.

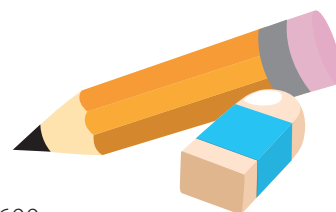
$\begin{cases} 2x + 3y = 6.600 & \text{1} \\ 3x + 4y = 9.300 & \text{2} \end{cases}$	$-6x - 9y = -19.800$	Se multiplica toda la ecuación 1 por -3
	$6x + 8y = 18.600$	Se multiplica toda la ecuación 2 por 2
	$0 - y = -1.200$	Se suman las ecuaciones transformadas para eliminar x
	$-y = -1.200$	
	$y = 1.200$	Se realizan las operaciones para despejar y
	$2x + 3 \cdot 1.200 = 6.600$	Se reemplaza el valor de y en una de las ecuaciones
	$2x + 3.600 = 6.600$	Se despeja la variable x
	$x = 1.500$	

Por tanto la solución del sistema de ecuaciones es $x = 1.500$ y $y = 1.200$

■ Verificar en las ecuaciones que los valores encontrados hacen verdadera las igualdades.

$2x + 3y = 6.600$	$3x + 4y = 9.300$
$2(1.500) + 3(1.200) = 6.600$	$3(1.500) + 4(1.200) = 9.300$
$3.000 + 3.600 = 6.600$	$4.500 + 4.800 = 9.300$
$6.600 = 6.600$	$9.300 = 9.300$

- Responder la pregunta del problema. El precio de un lápiz es de \$ 1.500 y un borrador es de \$ 1.200



Teniendo en cuenta los procedimientos empleados en el ejemplo anterior, resuelva las siguientes situaciones problema.

1 La suma de dos números es 10 y su diferencia es 4. ¿Cuáles son los números?

2 Si $\frac{1}{3}$ de la suma de dos números es 4 y $\frac{1}{2}$ de la diferencia de los números es 2, ¿cuáles son los números?

[illegible]

3 Las edades de Lucía y Álvaro suman 42 años. La edad de Álvaro es 8 años más que la de Lucía. ¿Cuáles son las edades de cada uno?

[illegible]

4 El perímetro de un rectángulo es 24 cm. Si el lado mayor se disminuye en 1 cm y el lado menor se duplica, el nuevo rectángulo tiene un perímetro de 30 cm. ¿Cuáles son las medidas del primer rectángulo y cuáles son las medidas del segundo rectángulo?

[illegible]

Tema: Inecuaciones lineales

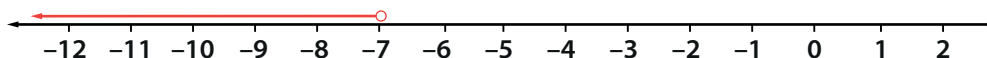
1 Lea las siguientes expresiones.

- a) $x > 26^{\circ}\text{C}$
b) $\$ 30.000 < x < \$ 50.000$
c) $14 \text{ años} < x < 23 \text{ años}$

[illegible]
$$\begin{aligned} -3x - 15 &> 6 \\ -3x &> 6 + 15 \\ -3x &> 21 \\ x &< 7 \end{aligned}$$

El signo $>$ cambió en la última línea por $<$, ya que se dividió entre -3 .

La gráfica de la solución de esta inecuación se hace en la recta real.



La expresión $x < 7$ es la solución; gráficamente indica el intervalo que incluye todos los valores que son menores que -7 .

Multiplique por -1 la expresión $12 < 18$. ¿Qué pasa con la desigualdad?

d) Lea la siguiente información.

La solución de una inecuación puede incluir el valor señalado o no incluirlo.



En el caso en el que la inecuación se plantee la relación mayor que ($>$) o menor que ($<$) la solución no incluye el valor.

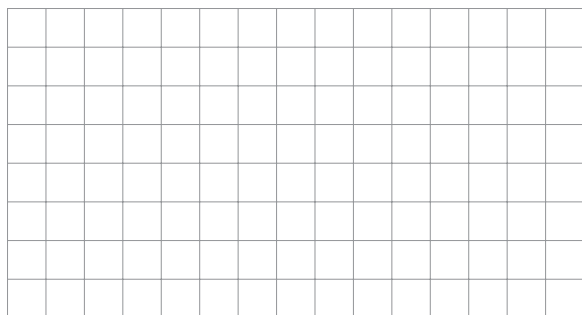
En el caso en el que la inecuación se plantee la relación mayor o igual que ($\geq$) o menor o igual que ($\leq$) la solución incluye el valor.



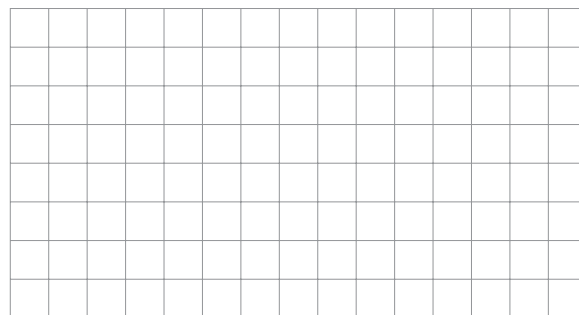
Actividad 21

Resuelva las inecuaciones y represente la solución en la recta real.

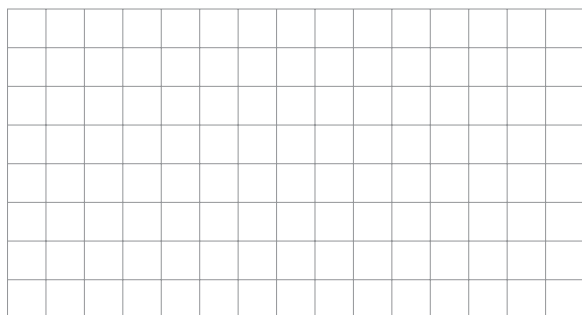
1 $x + 5 > 9$



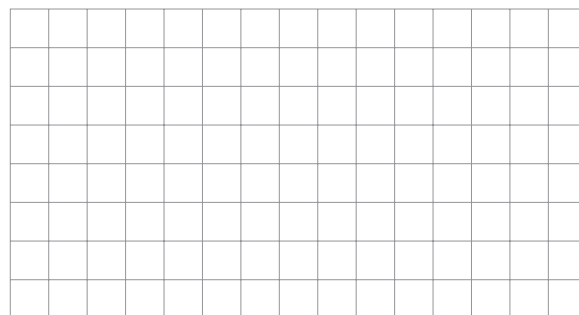
2 $x - 6 < 2$



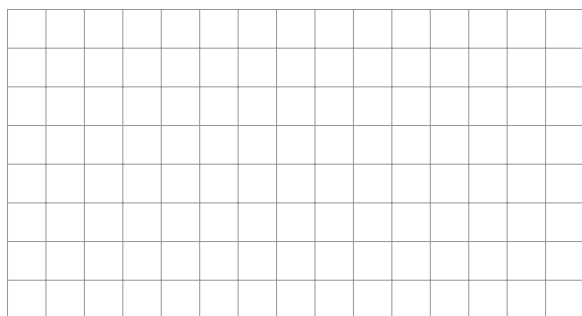
3 $5x + 22 > 7$



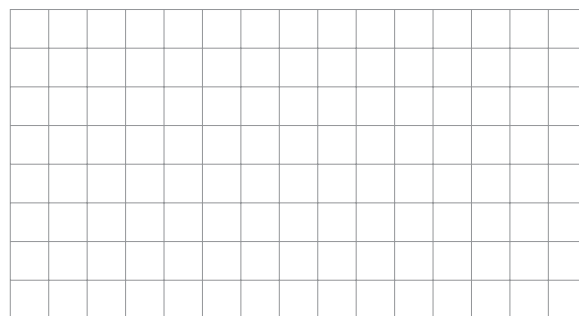
4 $4x - 7 \leq 9$



5 $-3x + 6 \geq 12$



6 $9 - 8x < 25$



Clase 10 Esta clase tiene video**Tema: Inecuaciones con dos variables****Actividad 22**

1 Relacione, uniendo con una línea, cada afirmación con la expresión algebraica que corresponda.

a) Sus soluciones son intervalos de valores.

b) Son expresiones algebraicas que incluyen desigualdades.

c) En el sistema de coordenadas su solución representa un punto.

d) Sus soluciones son valores determinados de las variables.

e) Son expresiones algebraicas que incluyen una igualdad.

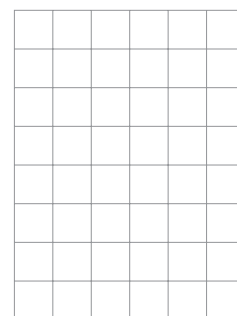
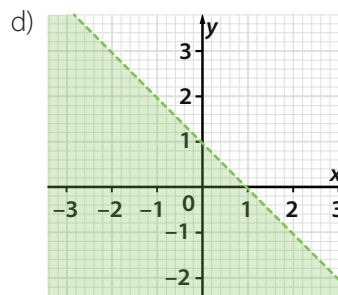
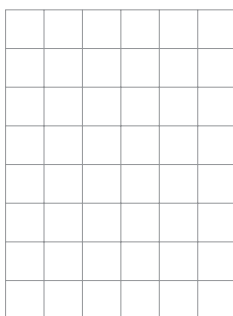
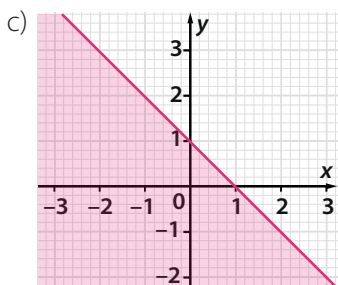
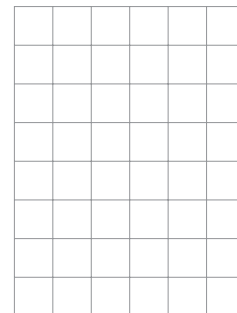
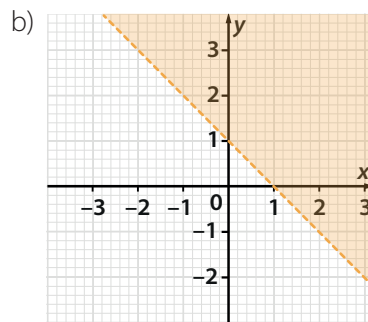
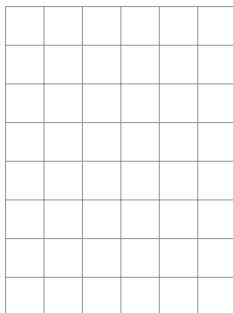
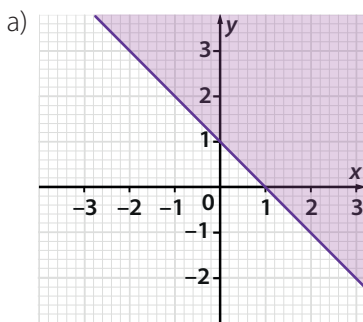
f) En el sistema de coordenadas su solución representa un semiplano o región.

● Ecuaciones

● Inecuaciones

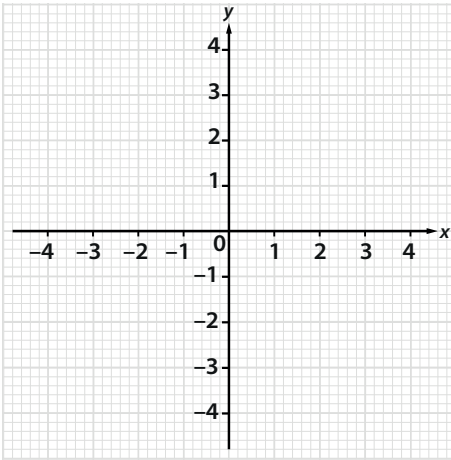
Actividad 23

1 Teniendo en cuenta que la ecuación de la recta de la figura es $y = -x + 1$ escriba la inecuación correspondiente a cada literal. Justifique la respuesta.

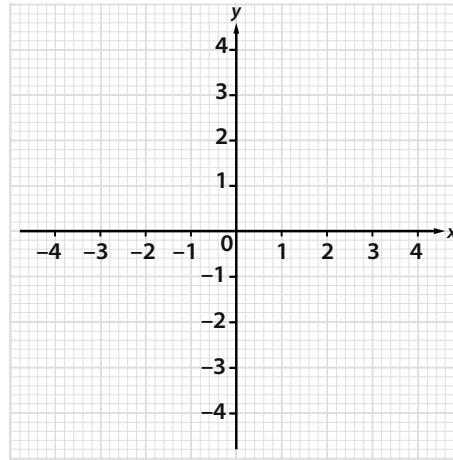


2 Represente gráficamente las siguientes inecuaciones.

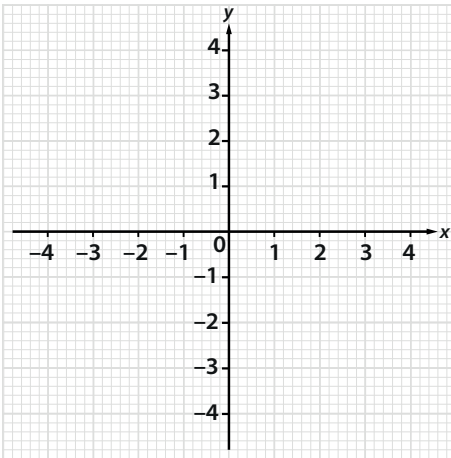
a) $y \leq 2x - 1$



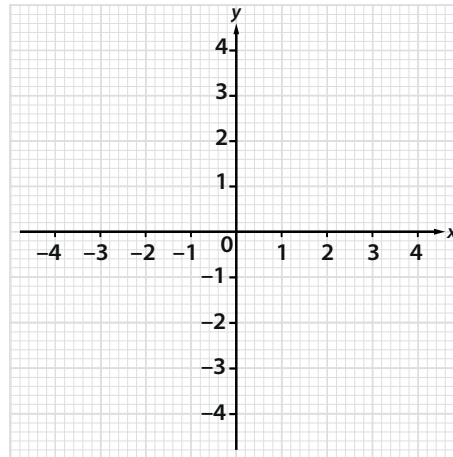
b) $y > -2x + 1$



c) $y \geq -3x + 4$



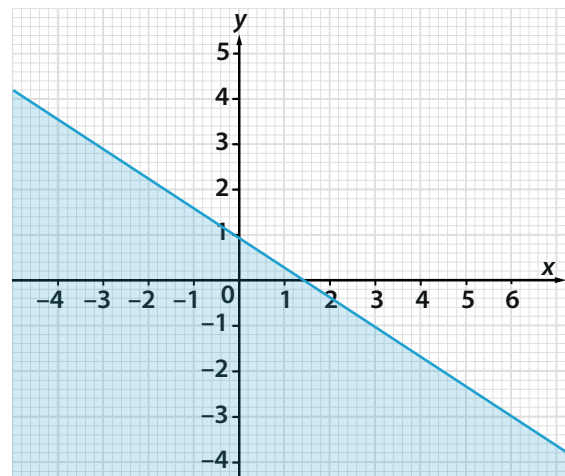
d) $y < \frac{1}{2}x - 2$



Actividad 24

Escriba Falso (F) o Verdadero (V) en las siguientes afirmaciones realizadas sobre la gráfica que representa la solución de una inecuación. Justifique cada respuesta.

- 1 ☐ La inecuación representada es: $y \leq -\frac{2}{3}x + 1$
- 2 ☐ El punto $(3, -1)$ no pertenece a la región que describe la inecuación.
- 3 ☐ El punto $(-1, 2)$ pertenece a la región de la inecuación.
- 4 ☐ La recta $y = -\frac{2}{3}x + 1$ hace parte de la región que representa la inecuación.



Clase 11

Tema: Variables estadísticas

Actividad 26

1 Lea la siguiente información

El entrenador de baloncesto aplicó una encuesta a todos los deportistas de la escuela de formación deportiva. Los resultados se muestran a continuación.

	6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años
Niños	23	20	25	23
Niñas	16	21	20	25

Además, preguntó sobre el tipo de bebida que consumían los deportistas para hidratarse durante el entrenamiento. Los resultados a esa pregunta fueron los siguientes.

	6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años
Agua	9	14	21	19
Jugo natural	13	12	3	0
Rehidratantes	0	2	5	14
Jugo artificial	17	13	16	15

2 Responda las siguientes preguntas

a) ¿Qué tipos de variables se incluyeron en la encuesta aplicada en la escuela de formación deportiva? Explique su respuesta. 6

b) ¿Cuáles fueron las variables estudiadas? Clasifique estas variables.

c) ¿Qué edad tiene usted? _____

d) ¿Cuál es su preferencia en bebidas, teniendo en cuenta las cuatro opciones dadas en la tabla del punto 1?



Las variables estadísticas pueden ser de dos tipos:

Cualitativas: miden gustos y preferencias.

Cuantitativas: son medidas en escalas numéricas.

Las variables cuantitativas pueden ser continuas o discretas.

■ Investigue qué son variables continuas y qué son variables discretas.

- 3 Escriba los totales en las tablas que registraron los resultados de la encuesta de la escuela de formación deportiva.

Sexo		6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años	Total
	Niños	23	20	25	23	
	Niñas	16	21	20	25	
	Total					

Bebida		6 años y 7 años	8 años y 9 años	10 años y 11 años	12 años y 13 años	Total
	Agua	9	14	21	19	
	Jugo natural	13	12	3	0	
	Rehidratantes	0	2	5	14	
	Jugo artificial	17	13	16	15	
	Total					

- 4 Responda las siguientes preguntas.

a) Teniendo en cuenta la variable “sexo”, ¿cuántos niños están en la escuela de formación deportiva?

b) Teniendo en cuenta la variable “sexo”, ¿cuántas niñas están en la escuela de formación deportiva?

c) En total, ¿cuántos niños y niñas están en la escuela de formación deportiva?

d) ¿Cuál es la bebida que más consumen los deportistas de la escuela de formación deportiva? ¿Cuántos deportistas la consumen?

e) ¿Cuál es la bebida de menor consumo entre los deportistas de la escuela de formación deportiva? ¿Cuántos deportistas la consumen?

- 5 Escriba una conclusión con base a la información recogida en la encuesta aplicada a los deportistas de la escuela de formación.

Actividad 27

1 Lea la siguiente información.

Caracterizar una variable es utilizar un proceso para describir su comportamiento en una población con respecto a la pregunta que se aplica a una muestra de ella.

Para caracterizar variables cualitativas se usan tres herramientas:

- Las tablas de frecuencias.
- Las representaciones gráficas.
- La moda.

Para caracterizar variables cuantitativas se debe tener en cuenta la forma en la que se presentan los datos. Es decir, en forma agrupada o en forma no agrupada.

Para datos agrupados las herramientas de caracterización son 4:

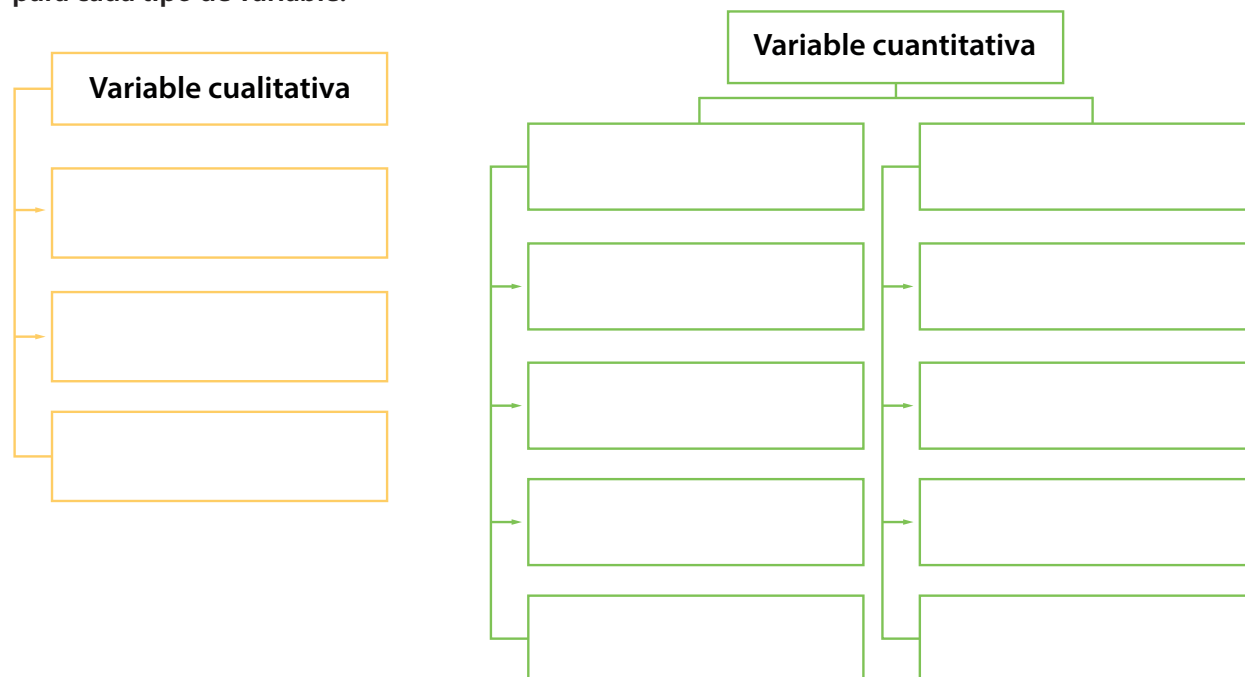
- Las tablas de distribución de frecuencias.
- Los diagramas de tallo y hojas.
- Los histogramas.
- Los polígonos de frecuencias.

Para datos no agrupados las herramientas de caracterización son 4:

- Las medidas de tendencia central.
- Las medidas de posición.
- Las medidas de variabilidad o dispersión.
- El diagrama de cajas y bigotes.



2 Teniendo en cuenta la información anterior complete el esquema que muestra la caracterización para cada tipo de variable.



Clase 12 Esta clase tiene video**Tema: Variables cualitativas****Actividad 28****1 Lea la siguiente información.****Instagram: la red social que más afecta la salud mental de los jóvenes****La adicción a las redes sociales genera depresión, falta de sueño y el “miedo a perderse de algo”.**

Hoy es difícil imaginarse un mundo sin redes sociales. Estas plataformas, además de ser medios que facilitan la comunicación, se han convertido prácticamente en nuestra vida. No es novedad entrar a una de las plataformas más populares, como Facebook (con 1.150 millones de usuarios en todo el mundo) e Instagram (con más de 700 millones) y encontrarse con todo lo que hacen los amigos, como las publicaciones de las fotos de la fiesta de la noche pasada, los viajes que han tenido, las fotos con la pareja, los videos haciendo ejercicio o comiendo ‘saludable’, etc.

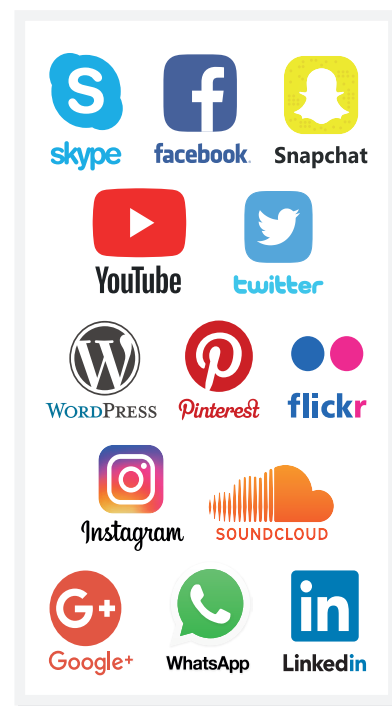
El uso de las redes sociales en los jóvenes y adolescentes se está volviendo cada vez más peligroso para su salud mental. La dependencia a estas afecta a alrededor del 5 por ciento de esta población y, de acuerdo con estudios, se han vuelto más adictivas que los cigarrillos y el alcohol. Un reporte reciente de la *Royal Society for Public Health* (RSPH) del Reino Unido revela que Instagram y Snapchat son las redes sociales que más afectan el bienestar de sus usuarios.

El reporte ‘Redes sociales, salud mental y bienestar de los jóvenes’, de la RSPH y el *Young Health Movement*, fue elaborado a partir de una encuesta a 1.479 personas del Reino Unido entre los 14 y 24 años, en la que se les hizo a los jóvenes 14 preguntas sobre las cinco plataformas más populares del momento: Facebook, Instagram, Snapchat, Twitter y YouTube. La encuesta tenía como objetivo descubrir el impacto, tanto negativo como positivo, de estas plataformas en su salud mental y su bienestar.

En este informe se evidencia que los jóvenes que pasan más de dos horas al día en redes como Facebook, Twitter o Instagram tienen más probabilidades de reportar mala salud mental, que para el estudio es la presencia de angustia psicológica (síntomas de ansiedad y depresión), pérdida de sueño, problemas de autoestima, ‘ciberbullying’ o acoso en las redes y síndrome de ‘*fear of missing out*’ (miedo a perderse de algo).

Fuente:

Tomado de eltiempo.com, junio 6 de 2017



- 2 El estudio de la RSPH fue aplicado a una muestra de 1.479 personas entre 14 y 24 años. Suponga que usted fue el investigador que aplicó el estudio y complete la tabla con la información.

a) Indicar la pregunta que permite recoger los datos en la tabla.

		Cantidad de usuarios
Redes sociales	Facebook	
	Instagram	
	Snapchat	
	Twitter	
	YouTube	
	Total	1479

¿Qué tipo de variable se está estudiando?



- b) Según los datos que registró en su tabla, ¿cuál es la red social de mayor preferencia entre los 1.479 entrevistados? _____
- c) Según los datos que registró en su tabla, ¿cuál es la red social de menor preferencia entre los 1.479 entrevistados? _____
- d) Pregunte a 40 de sus compañeros del colegio sobre el uso de este tipo de redes sociales y complete la tabla. 7

		Cantidad de usuarios
Redes sociales	Facebook	
	Instagram	
	Snapchat	
	Twitter	
	YouTube	
	Total	

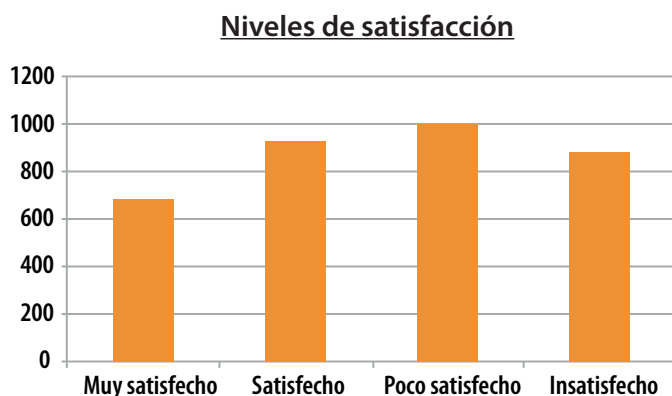
7
Las medidas de tendencia central son medidas estadísticas que pretenden resumir o representar un conjunto de valores en un único valor. La **moda** es una medida de tendencia central que se usa, preferiblemente, para variables cualitativas; se define como el dato que más se repite.

- e) ¿Cuál es la red social que está de moda entre sus compañeros de nivel? Explique su respuesta.

Actividad 29

1 Lea la información y observe la gráfica.

Un estudio de calidad de vida aplicado a una muestra de 3.500 habitantes de un sector de clase media de una ciudad capital determinó que algunos de ellos se encontraban satisfechos con sus condiciones y otros no tanto. A continuación se muestran los resultados.



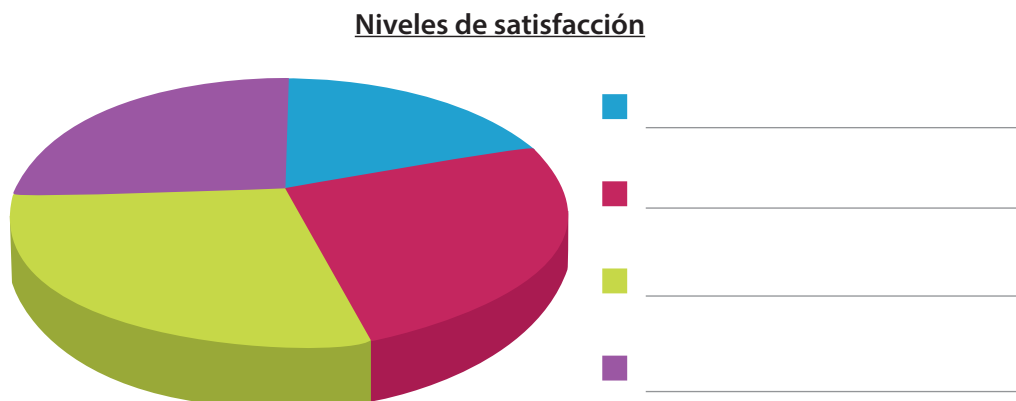
Escriba en cada columna la cantidad de personas en cada opción de respuesta.

2 Teniendo en cuenta la cantidad de personas en cada opción, responda las siguientes preguntas.

- a) Si los organizadores del estudio decidieron que van a hacer una segunda encuesta a las personas que respondieron "Poco satisfecho" o "Insatisfecho", ¿a cuántas personas se le va a preguntar de nuevo? _____
- b) ¿Cuál es la diferencia numérica entre las personas "Muy satisfechas" y las "Insatisfechas"? _____

3 Escriba una conclusión relacionada con este estudio.

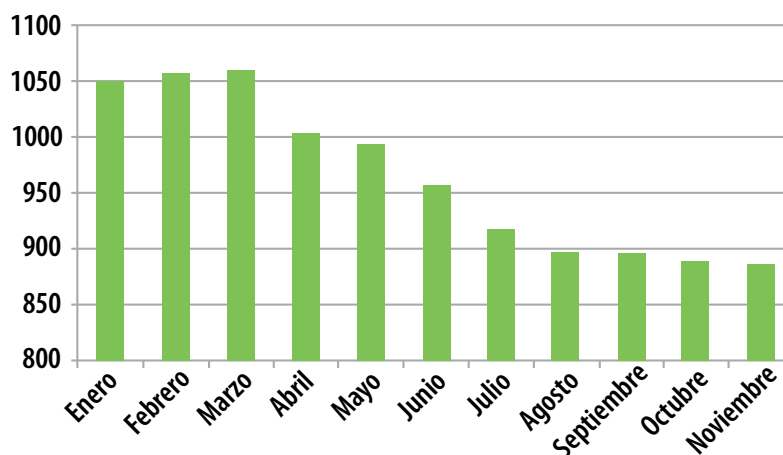
4 El siguiente diagrama circular también representa la información del gráfico del punto 1. Escriba las categorías correspondientes a cada color.



Tema: Variables cualitativas

1 Observe atentamente la información presentada.

La siguiente gráfica muestra el precio (\$) del arroz (por kilo) durante 11 meses del año 2017.

An illustration of a hand holding a magnifying glass over a document. The hand is light-skinned and is holding the handle of the magnifying glass, which has a red and black grip. The magnifying glass has a dark blue frame and a light blue lens. The lens is focused on a small, light blue circular object on the document, which has a small white dot in the center. The document is white and has some faint, illegible text. The background is white.

- 2** Elabore una tabla de datos en la cual se registre la información relacionada con el precio promedio del arroz en el 2017.

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

3 Responda las siguientes preguntas.

a) Entre enero y noviembre ¿cuál fue el mes en el que estuvo más alto el precio del kilo de arroz? ¿Qué costo alcanzó en este mes?

b) Entre qué meses del año el precio del kilo de arroz estuvo entre \$ 850 y \$ 950?

c) Teniendo en cuenta el cambio en el precio del arroz, ¿cuánto cree que puede costar un kilo de arroz en el mes de diciembre? Explique su respuesta.

Actividad 31

1 Observe la información presentada en el pictograma. 8

La siguiente gráfica muestra el boletín CINE en CIFRAS publicado por Proimágenes Colombia. En ella se muestra el número de personas que asistieron a las salas de cine desde el 2012 hasta el primer semestre del 2017.

Asistencia a cine
1 millón de espectadores



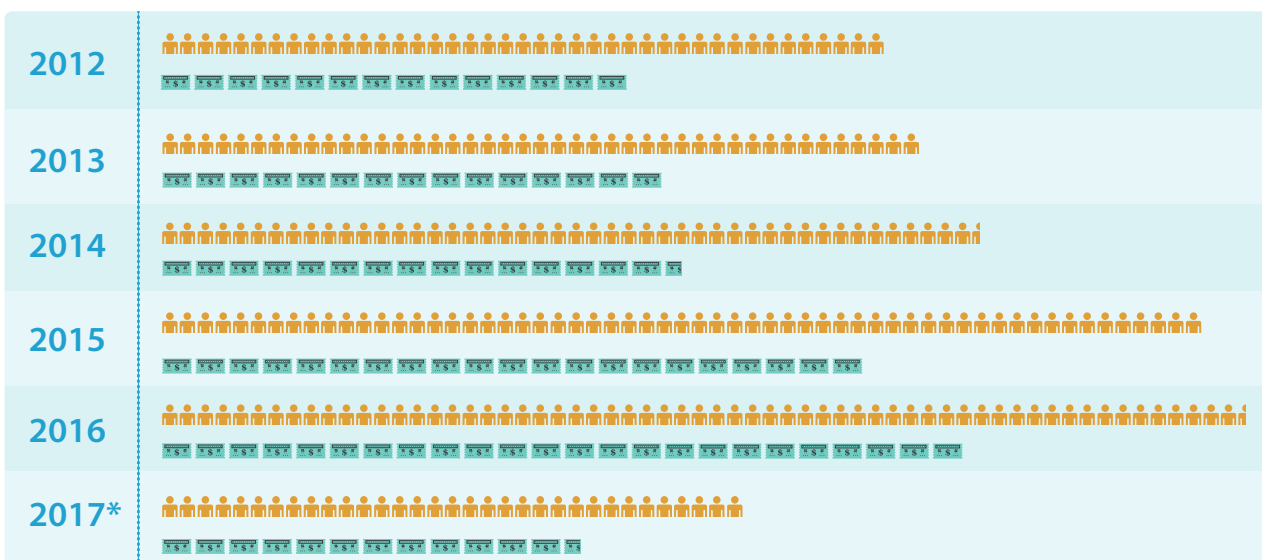
Taquilla
23 mil millones de pesos



8

En estadística, un **pictograma** es una gráfica que utiliza símbolos para representar un conjunto de datos.

En la mayoría de los casos esos símbolos hacen alusión a la variable que se está estudiando.



- 2 Escriba en cifras los datos presentados en el pictograma.

	Cantidad de personas	Miles de millones de pesos
2012		
2013		
2014		
2015		
2016		
2017 (I)		



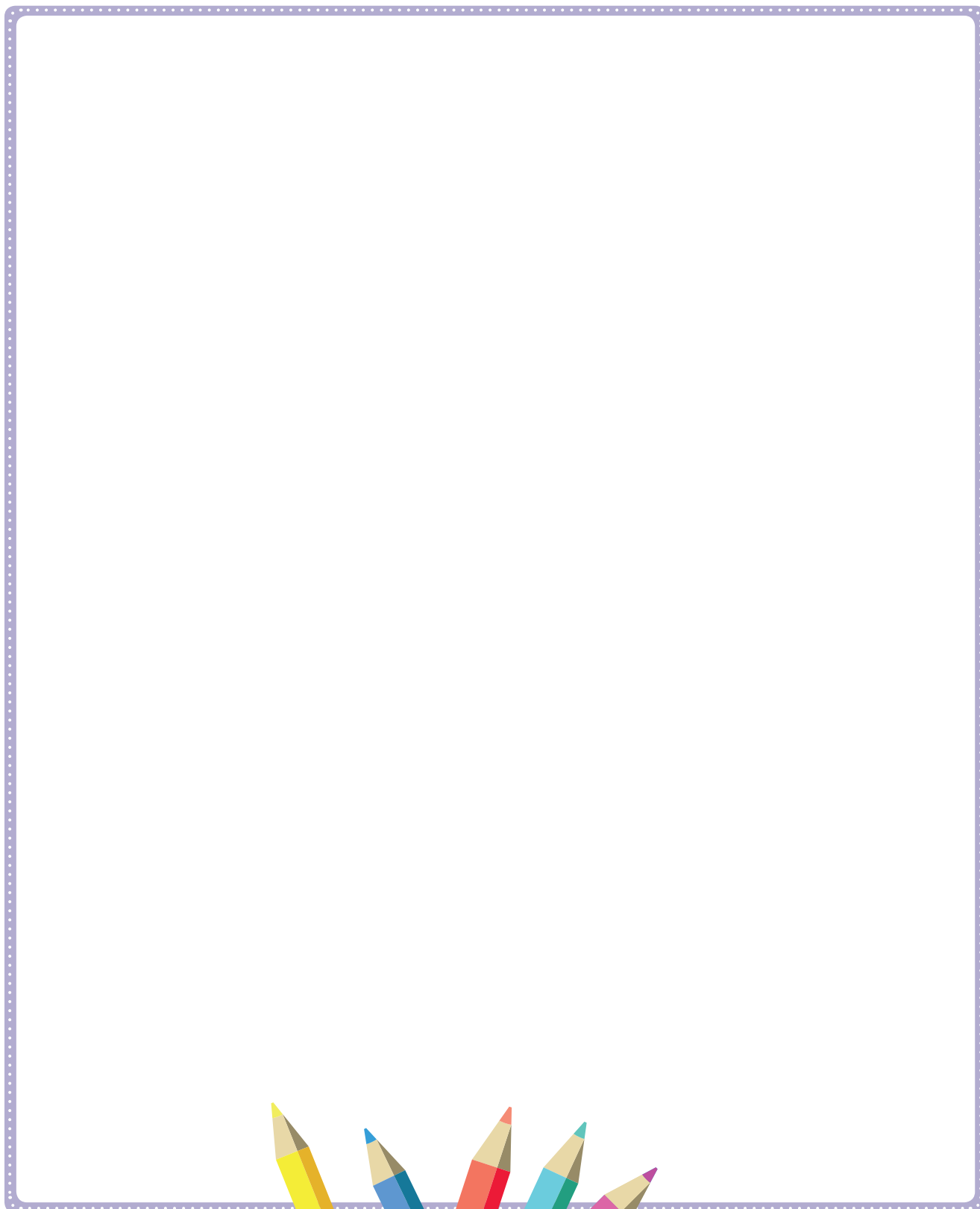
- 3 ¿Cree usted que con el pasar de los años la gente asiste con mayor frecuencia al cine? Justifique su respuesta.

- 4 Teniendo en cuenta que la información del 2017 corresponde solo al primer semestre del año, ¿cuál cree que será la asistencia al cine en el segundo semestre? Justifique su respuesta.

- 5 En el boletín CINE en CIFRAS publican, entre otra información, las películas más taquilleras de cada año. Por ejemplo, para el 2016 las películas colombianas más taquilleras fueron:

		Espectadores	Taquilla (pesos)
2016	1. EL COCO	1.154.386	8.075.607.552
	2. UNO AL AÑO NO HACE DAÑO 2	723.385	5.386.920.960
	3. AGENTE ÑERO ÑERO 7	733.807	5.124.600.320
	4. USTED NO SABE QUIEN SOY YO	637.903	4.831.889.920
	5. EL PASEO 4	563.766	4.200.491.264

Elabore un pictograma que muestre la información de espectadores y otro en el que se muestre la información correspondiente a la taquilla.



Tema: Variables cuantitativas

1 Lea la información.

Una de las variables que se tuvo en cuenta fue la edad y los datos de las personas desempleadas se agruparon por intervalos de edades como se muestra en la siguiente distribución de frecuencias.

Intervalos de edad	Frecuencia f	Frecuencia relativa fr
23 a 30 años	22	0,23
31 a 38 años	16	0,17
39 a 46 años	27	0,28
47 a 54 años	18	0,19
55 a 62 años	13	0,14

- a) Elabore un histograma en el que se represente la información presentada y explique cuál de las dos caracterizaciones, el histograma o la distribución de frecuencias, le resulta más útil para interpretar la información.

[illegible]

- b) ¿Qué porcentaje de personas entre 31 y 46 años se encuentran desempleadas en el sector encuestado?

[illegible]

- c) ¿Se puede afirmar que el menor porcentaje de desempleados se encuentra entre los 47 y los 62 años? Justifique su respuesta.

[illegible]

Clase 15

Actividad 34

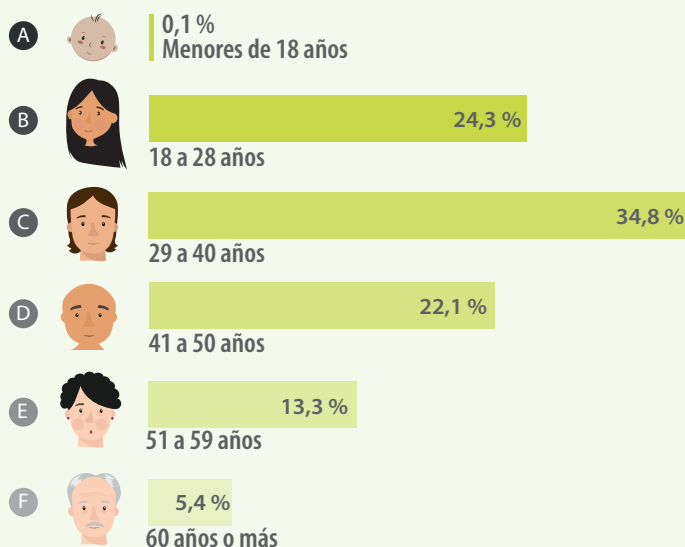
1 Lea la siguiente información

El boletín *Saber para decidir*, publicado por Sistema de Información de Demanda Nacional, es una publicación semestral sobre el mercado laboral y su relación con la educación en Colombia. Es desarrollado a partir de la participación de diferentes fuentes oficiales y de información nacional; además, es dirigido a jóvenes de 10° y 11°.

La información que se muestra a continuación ha sido tomada de este boletín y muestra el porcentaje de trabajadores cotizantes por rangos etarios. 9

Trabajadores cotizantes por rangos etarios

Porcentajes de trabajadores cotizantes por rangos etarios. Total nacional - enero a mayo de 2015.



Total trabajadores cotizantes
Enero a Mayo 2015

8.390.453

En los primeros 5 meses del 2015,
el 24,3 % de los trabajadores
cotizantes correspondió a
personas entre 18 y 28 años.

9 Los **rangos etarios** están determinados por la edad y la pertenencia a una etapa específica del ciclo vital humano.

2 Teniendo en cuenta la información presentada en el boletín responda las siguientes preguntas.

a) En los cinco primeros meses del año, ¿qué porcentaje de trabajadores cotizantes correspondió a personas entre 41 años y 50 años?

b) En los cinco primeros meses del año, ¿qué porcentaje de trabajadores cotizantes correspondió a personas entre 51 años y 59 años?

c) En los cinco primeros meses del año, ¿qué porcentaje de trabajadores cotizantes correspondió a personas de 40 años o menos?

d) En los cinco primeros meses del año, ¿qué porcentaje de trabajadores cotizantes correspondió a personas mayores de 41 años o más?

- 3 Teniendo en cuenta el total de trabajadores cotizantes entre enero y mayo del 2015, complete la tabla de distribución de frecuencias correspondiente al diagrama mostrado en el boletín.

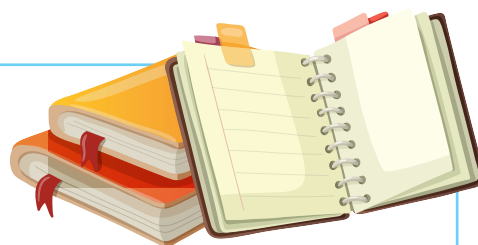
Rangos de edad	f	fr	%	F
Total				

Recuerde que:
 f es la frecuencia.
 fr : frecuencia relativa
 F : frecuencia acumulada



Resumen

Caracterizar una variable es utilizar un proceso para describir su comportamiento en una población con respecto a la pregunta que se aplica a una muestra de ella. Es decir, cada vez que se va a analizar información de una variable, se necesitan caracterizaciones de ella.



Caracterización de variables cualitativas:

- Tablas de distribución de frecuencias.
- La moda como medida de tendencia.
- Diagramas de barras, diagramas.

Caracterización de variables cuantitativas:

Datos en forma agrupada

- Tablas de distribución de frecuencias.
- Diagramas de tallo y hojas, histogramas, polígonos de frecuencias.

Datos en forma no agrupada

- Medidas de tendencia central.
- Medidas de posición.
- Medidas de dispersión.
- Diagrama de cajas y bigotes.



Clase 16

Tema: Caracterización de variables cuantitativas

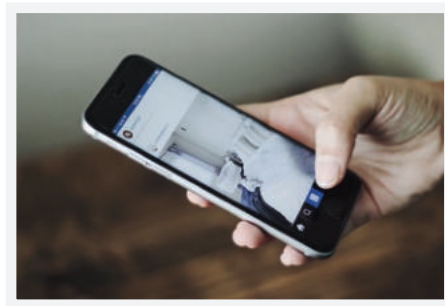
Actividad 35

1 Lea con mucha atención el siguiente texto:

¿Qué tanto tiempo pasan los colombianos en redes sociales? Esto dice un estudio

Las redes sociales están cada vez más presentes en la vida cotidiana de los colombianos, esto gracias al creciente mercado de los teléfonos inteligentes que sin duda han revolucionado la forma de comunicarse entre las personas.

Un estudio hecho por las empresas IAB Colombia, NetQuest y Dot Research así lo deja claro, al indicar que en el país las personas navegan en redes sociales 6,7 horas al mes, consumiendo 6,4 horas desde el portátil o computador de escritorio y 7,4 horas desde dispositivos móviles.



En la investigación adelantada, cuyo nombre es 'Comportamental de uso de redes sociales en Colombia', las **plataformas de interacción** fueron clasificadas en cuatro grupos: social, noticias y revistas, fotografía y video y, por último, comunicación.

Las personas que más frecuentan las redes tienen edades entre los 21 y 35 años, un 16 % por encima del promedio nacional.

Según el análisis, los colombianos duran 26 minutos al día en redes de comunicación, generando en promedio 16 visitas diarias.

En el caso de las redes sociales, el tiempo estimado es de 37 minutos al día generando 7 visitas diarias; en redes de noticias duran 2 minutos al día y generan en promedio 1 visita diaria. Para el caso de redes de fotografía y video, el tiempo de permanencia es de 26 minutos, con 4 visitas diarias.

Según la investigación, los jóvenes entre los 14 y 20 años destinan más tiempo al uso de las redes sociales. Otro de los hallazgos relevantes del estudio es que el uso de plataformas de interacción tiene una mayor concentración en mujeres de 21 a 35 años de estrato 3 y en hombres mayores a 45 años. De igual forma, el estudio evidencia que las personas que más navegan en redes sociales desde su computador de escritorio son las de Bogotá.

En cuanto a las redes de comunicación los hombres frecuentan 1,5 más veces estas aplicaciones en dispositivos de escritorio que las mujeres.

Entre las conclusiones de la investigación está que los hombres usan las plataformas de interacción en tiempos más cortos y con más frecuencia que las mujeres, lo que indica que sus consultas tienden a ser enfocadas y puntuales y no gastan tanto tiempo en búsquedas múltiples.

Fuente:

Tomado de Elpais.com, julio 7 de 2017

- 2 Realice una corta discusión con sus compañeros en la cual manifiesten su opinión frente al artículo anterior. Escriba las conclusiones a las que llegaron.

Actividad 36

- 1 Lea la siguiente situación

El profesor de matemáticas de grado Noveno de un colegio de Quibdó realizó una encuesta entre sus estudiantes para saber cuántos minutos al día permanecían en redes sociales. Los resultados en minutos para los 39 estudiantes se muestran a continuación:

18	10	15	24	30	28	25	30	35	55	60	45	45
30	15	20	24	28	27	40	36	20	32	50	45	48
15	24	25	29	33	35	48	45	60	15	25	28	20

Para organizar y presentar la información como datos no agrupados se pueden ordenar de menor a mayor en una tabla; la variable de estudio es el tiempo. 10

- 2 Complete la siguiente tabla.

Tiempo (x minutos)	<i>f</i>	<i>fr</i>	<i>F</i>
10	1	0,026	1
15	4	0,103	5
	1		6
		0,077	9
	3		12
		0,077	
		0,026	16
	3		19
		0,026	
		0,077	23
	1		
33		0,026	
	2	0,051	
36			28
	1		
45			33
	1	0,026	
60			39

10

x es la variable tiempo.

f es la frecuencia absoluta, es decir las veces que se repite cada dato.

fr es la frecuencia relativa, calculada al dividir la frecuencia absoluta entre el total de datos.

F es la frecuencia acumulada absoluta, se calcula sumando la *F* anterior con la *f* actual.

■ ¿De qué otra manera se puede expresar la frecuencia relativa?

Esta tabla de frecuencias para datos no agrupados se puede presentar de otra manera, agrupando los datos.



a) La primera columna de la tabla corresponde a los datos agrupados en intervalos. Para identificar el número de intervalos se debe aproximar la raíz cuadrada del número total de datos. ¿Cuántos intervalos debe tener la tabla? _____

$$\frac{\text{dato mayor} - \text{dato menor}}{\text{número de intervalos}}$$
[illegible]
$$\frac{10 + 18}{2} = 14$$

x	Mi	f	fr	F
10 - 18	14			
19 - 27				
28 - 36				
37 - 45				
46 - 54				
55 - 63		3		

[illegible]

Clase 17 Esta clase tiene video**Tema: Medidas de tendencia central, la media****Actividad 37****1 Lea con atención la siguiente información.**

La fijación del precio del oro resulta útil como indicador o referencia para aquellos que operan en el mercado. Los principales precios del oro que se manejan son los de los **Mercados de futuros**¹ y además está el **Gold Fixing** (también existe el *Silver Fixing* para la plata, *Platinum Fixing* para el platino y *Palladium Fixing* para el paladio).

Como los especuladores que actúan en el mercado siempre están buscando oportunidades de arbitraje, las divergencias entre los principales mercados de futuros del oro y el *Gold Fixing* suelen ser inexistentes o muy pequeñas y por poco tiempo.

El *Gold Fixing* proporciona un precio de referencia para las operaciones de compra y venta de oro a los productores, consumidores, inversores y bancos centrales de todo el mundo.

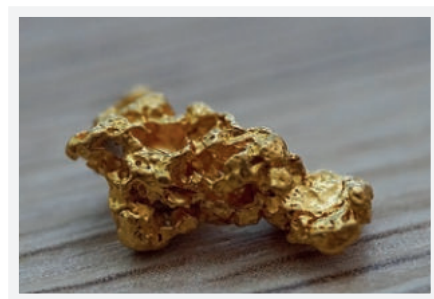
La fijación del precio del oro o *Gold Fixing* es el indicador más adecuado para las tendencias del precio del oro físico. Se fija dos veces por día, aunque tiene más relevancia el *fixing* de la tarde, ya que los mercados de Nueva York están abiertos y aumenta el volumen de negociación. Son muchos los inversores de oro veteranos, que acusan al mercado de Nueva York de presionar la cotización del oro a la baja en la apertura del mercado estadounidense.

Fuente:

Tomado de oroymas.com, enero 2016.

En Colombia, sin embargo, es el Banco de la República quien establece el precio de venta de los metales preciosos como el oro y lo hace cada mes. Observe la variación del precio de oro durante el último semestre de 2017 es el siguiente: **11**

Mes	Precio por gramo
Julio	\$95.992
Agosto	\$96.606
Septiembre	\$98.130
Octubre	\$98.703
Noviembre	\$97.216
Diciembre	\$99.425



11 Las **medidas de tendencia** central sirven para describir características básicas de un estudio de datos cuantitativos; muestra promedios, compara resultados, o interpreta puntajes en relación con otros datos centrales.

¹ **Mercado futuro:** "en el mundo de las finanzas, el **mercado** en el que se comercializan contratos estandarizados de compraventa de una cierta mercancía a un precio y cantidad determinados". Tomado de: <https://www.gerencie.com/que-son-los-mercados-de-futuros.html>

- 2** Calcule el promedio de los precios del oro registrados en Colombia entre julio y diciembre del 2017.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high, covering the entire page area.

Media o promedio, es un dato que representa las características del grupo, es casi siempre un punto de equilibrio del conjunto de datos y no necesariamente es uno de ellos.



Actividad 38

- 1** Pregunte la edad de 20 de sus compañeros, incluya la suya, y calcule la media correspondiente.

[illegible]

¿La media que encontró está cerca de su edad?



- 2** ¿Cuántos de sus compañeros tienen edad mayor que la media?

- ### 3 ¿Cuántos de sus compañeros tienen edad menor que la media?

- 4** Escriba su opinión sobre la siguiente afirmación: “Los estudiantes de noveno grado de su colegio tienen en promedio 16 años”.

Actividad 39

Karina tiene como tarea calcular el promedio de edad en su familia.

Las edades recolectadas son:

Abuela	75 años
Mamá	40 años
Papá	43 años
Hermano	18 años
Hermana	11 años
Karina	14 años



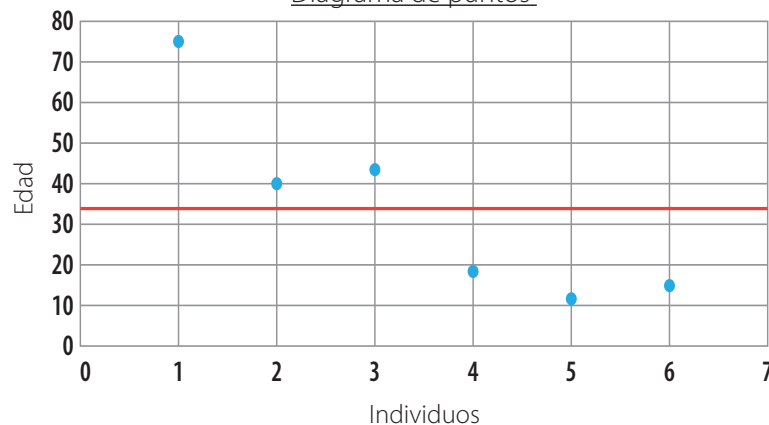
1 ¿Cuál es la edad promedio de la familia de Karina?

[illegible]

2 ¿Considera que la media obtenida es un valor representativo de las edades de todos los integrantes del grupo? Justifique su respuesta.

3 Cada punto del siguiente diagrama muestra los datos obtenidos, mientras que la línea roja representa la media calculada. Observe detenidamente.

Diagrama de puntos



Quando existen datos extremos, muy grandes o muy pequeños, la **media** se ve afectada porque varía considerablemente. En estos casos la media no se considera un buen representante de los datos.



4 En el diagrama:

- a) El individuo 4, ¿a cuál de los familiares de Karina representa? _____
- b) El individuo 1, ¿a cuál de los familiares de Karina representa? _____
- c) El individuo 3 ¿a cuál de los familiares de Karina representa? _____

5 ¿Cuál es la diferencia entre la edad de la abuela y la edad promedio de la familia?

6 Complete la siguiente tabla escribiendo en la primera columna la edad de cada familiar de Karina y en la segunda columna la diferencia de cada edad y la media.

[illegible]

Hay diferencias
positivas
y diferencias
negativas.



7 ¿Qué significa que la diferencia entre la edad y la media sea un número positivo?

[illegible]

8 ¿Qué significa que la diferencia entre la edad y la media sea un número negativo?

[illegible]

9 ¿Algún familiar de Karina tiene la edad promedio o se aproxima a este valor? ¿Por qué cree que ocurre esto?

[illegible]

10 Después de responder las preguntas anteriores, revise la respuesta que escribió en el punto 2 anterior y discuta con un compañero si cambiarían esa respuesta.

Escriba un párrafo justificando su respuesta.

Clase 18

Tema: Medidas de tendencia central, la moda

Actividad 40

1 Lea el siguiente texto.

Tasa media de fecundidad a nivel mundial se redujo a la mitad con 2,5 nacimientos por mujer entre 1960 y 2012

Había más de 7.000 millones de personas en el planeta en 2013. Si bien esta es la cifra más alta de la historia, la tasa de crecimiento de la población ha ido disminuyendo de manera constante, en parte debido a la reducción de las tasas de **fertilidad**.

Si está buscando datos de fertilidad, un buen lugar para comenzar es la tasa total de fecundidad (TFR, por sus siglas en inglés), que es el número medio de hijos nacidos para cada mujer. En 1960, las mujeres de todo el mundo tenían un promedio de cinco hijos. Desde entonces, la tasa se ha reducido a la mitad, y las mujeres tuvieron un promedio de 2,5 hijos en todas las regiones en 2012.

Fuente:

Tomado y adaptado de: *Bancomundial.org*, Octubre 7 de 2014. Consultado el 23 de enero de 2018

Además, la siguiente tabla muestra algunos de los datos presentados por la *CIA WORLD FACTBOOK* (2013)

País	Promedio de hijos por mujer (aprox.)
Nigeria	7
Somalia	6
Camerún	4
Honduras	3
Bolivia	3
Argentina	2
Perú	2
México	2
Colombia	2
China	1

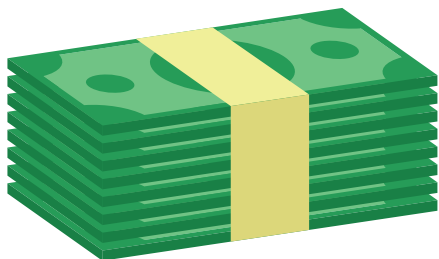


El cantante Michael Jackson (centro) por ejemplo, provenía de una familia numerosa y fecunda.

2 Responda a las preguntas que se plantean a continuación.

- De los 10 países, ¿cuál tiene la tasa de fertilidad más alta? _____
- ¿Cuál es la tasa de fertilidad más frecuente en la tabla presentada? _____
- Se puede afirmar que, según los datos, "está de moda" tener dos (2) hijos? ¿Por qué se plantea esta afirmación?

Lea la tabla en la que se resume el aumento del salario mínimo en Colombia durante los últimos 10 años, luego responda.



Año	Ajuste %	Valor Establecido
2009	7,7	\$ 496.900
2010	3,6	\$ 515.000
2011	4	\$ 535.600
2012	5,8	\$ 566.700
2013	4,2	\$ 589.500
2014	4,5	\$ 616.000
2015	4,6	\$ 644.350
2016	7	\$ 689.454
2017	7	\$ 737.717
2018	5,9	\$ 781.242

- 12

La **moda** de un conjunto de datos corresponde al dato que más se repite.

- [illegible]

Analice la información de las actividades 40 y 41. Luego, responda.

- Situación 3:** _____

La moda no tiene mucho sentido cuando hablamos de datos cuantitativos.



Actividad 44

- 1** Pregunte a 12 de sus compañeros por el número de hermanos que cada uno tiene, y registre los datos en la siguiente tabla.

[illegible]

- 2** ¿Cuál es el promedio de hermanos para los datos recolectados?

[illegible]

Recuerde que tiene un número de datos par.

- 3 Encuentre la mediana del número de hermanos de sus compañeros.**

[illegible]

- 4** ¿La mediana calculada coincide con alguno de los datos? ¿Por qué ocurre esto?

[illegible]

- 5** ¿Está de acuerdo con la siguiente afirmación? Justifique su respuesta.
"Los datos extremos, muy grandes o muy pequeños, no afectan el cálculo de la mediana".

[illegible]

Actividad 46

-
- A yellow measuring tape with black markings and numbers, coiled in a loop. The tape is shown in a perspective view, with the numbers 1, 2, 3, 4, and 5 visible on the lower section, and 18, 19, and 20 visible on the upper section. The tape has a white plastic buckle on the left end.

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- [illegible]

Clase 21

Tema: El promedio en datos agrupados

Actividad 47

1 Lea la siguiente información.

El profesor de deportes practicó con sus estudiantes la prueba de velocidad de los 100 metros. Realizó mediciones de los tiempos en tres entrenamientos y presentó los datos de cada entrenamiento de manera diferente:



Primer entrenamiento (Datos individuales)

Estudiante	Tiempo en segundos	Estudiante	Tiempo en segundos	Estudiante	Tiempo en segundos
Johana	14,5	Fernando	14,1	Mauricio	16,7
Camilo	14,3	Nancy	15,6	Marcela	14,2
Carlos	16,6	Claudia	13,8	Milton	14,1
Adriana	13,9	Jorge	17	Ángela	17,3
Maribel	15	Liliana	15,3	Daniel	14
Victoria	15,5	Rodrigo	20	Gabriela	13,9
Miguel	15,6	Sofía	20,3	Julián	15,5
Iván	14,7	Raúl	15,6	Álvaro	16

Segundo entrenamiento (Datos agrupados)

Intervalos de tiempo	f
13,8 a 15,1	12
15,2 a 16,5	6
16,6 a 17,9	4
18 a 19,3	0
19,4 a 20,3	2

Tercer entrenamiento (Promedio)

$\bar{x} = 15,6$ segundos

a) Al observar los datos de los tres entrenamientos, ¿cuál fue el mejor entrenamiento? Justifique su respuesta.

[illegible]

b) Compare su respuesta con un compañero, escuche su justificación y escriban una conclusión.

[illegible]

2 Trabaje en las tablas de frecuencias de los entrenamientos.

a) Elabore la tabla de frecuencias para el primer entrenamiento.

Intervalos de tiempo	f	fr	%
13,8 a 15,1			
15,2 a 16,5			
16,6 a 17,9			
18 a 19,3			
19,4 a 20,3			

Cuenta cuidadosamente los datos.



b) Complete la tabla de frecuencias para el segundo entrenamiento.

Intervalos de tiempo	f	fr	%
13,8 a 15,1	12		
15,2 a 16,5	6		
16,6 a 17,9	4		
18 a 19,3	0		
19,4 a 20,3	2		

c) Defina los datos de la tabla de frecuencias para el tercer entrenamiento. Tenga en cuenta que el promedio de tiempo fue 15,6 segundos y el total de estudiantes fue 24.

Intervalos de tiempo	f	fr	%
13,8 a 15,1			
15,2 a 16,5			
16,6 a 17,9			
18 a 19,3			
19,4 a 20,3			

d) Al elaborar las tablas de frecuencia de los tres entrenamientos, ¿cuál fue el mejor entrenamiento? Justifique su respuesta.

[illegible]

3 Lea la siguiente información.

Para calcular el promedio para un grupo de datos se utiliza la siguiente expresión:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

Si los datos están en una tabla de frecuencias es necesario determinar el punto medio de cada intervalo y crear una nueva columna en la tabla en la cual se escribe el producto entre cada punto medio y su frecuencia correspondiente. Luego se suman los valores de esta columna y el resultado se divide entre el total de datos.

a) Calcule el promedio de los datos del primer entrenamiento.

b) A partir de la tabla del segundo entrenamiento, y usando la información, calcule el promedio.

Intervalos de tiempo	f	Punto medio del intervalo (M)	$f \times M$
13,8 a 15,1	12		
15,2 a 16,5	6		
16,6 a 17,9	4		
18 a 19,3	0		
19,4 a 20,3	2		
Total	24		

c) Compare los tres promedios obtenidos. Con base en los tres datos, ¿cuál fue el mejor entrenamiento?

d) Después del proceso que ha realizado en esta clase escriba una conclusión sobre cómo se puede determinar, basado en la estadística, cuál fue el mejor entrenamiento.

Clase 22

Actividad 48

El departamento de bienestar social de un municipio, interesado por conocer el nivel salarial de sus habitantes realizó un estudio en el que preguntó por el dinero que recibe cada familia al mes para su sostenimiento. Los resultados los presentó en la siguiente tabla de distribución de frecuencias.

Salario en miles de pesos	Cantidad de familias	Relación Cantidad de familias/total de familias	% de familias
531 a 556	25	0,112	11,2
557 a 582	32	0,143	14,3
583 a 608	18	0,080	8,0
609 a 634	36	0,161	16,1
635 a 660	25	0,112	11,2
661 a 686	19	0,085	8,5
687 a 712	20	0,089	8,9
713 a 738	21	0,094	9,4
739 a 764	15	0,067	6,7
765 a 790	13	0,058	5,8

1 Teniendo en cuenta la información dada, responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué porcentaje de familias vive con \$608.000 o menos al mes?

b) ¿Con cuánto dinero vive el mayor porcentaje de familias?

c) ¿Qué porcentaje de familias vive con una cantidad comprendida entre \$687.000 y \$790.000 al mes?

[illegible]

d) ¿Qué puede comprar una familia para su sostenimiento con una cantidad entre \$765.000 y \$790.000?

[illegible]

Tema: La encuesta y el análisis de la información

1 Lea la siguiente información.

A close-up photograph of a vibrant green tree frog perched on a dark, textured branch. The frog is facing right, with its head slightly turned towards the camera. It has large, prominent eyes and bright orange-red spots on its skin. In its mouth, it holds a small, dark-colored insect, possibly a fly or a beetle. The background is a soft, out-of-focus green, suggesting a natural, leafy environment.

- ¿Practica algún deporte? ¿Cuál?
- ¿Cuántas veces a la semana hace caminatas cortas?
- ¿Conoce los beneficios que tiene la actividad física?

Después de obtener los resultados de una encuesta es importante organizarlos y presentarlos de manera que permitan su análisis y poder plantear conclusiones.

a) Escriban tres preguntas que podrían plantear en la encuesta.

b) Elijan a 15 estudiantes de noveno para responder su encuesta y registren los resultados de manera ordenada.

[illegible]

- [illegible]

-
- A stylized illustration of a young girl with dark skin and brown hair styled in two braids. She has yellow hair ties and is smiling, showing her teeth. She is wearing a green off-the-shoulder top. The background is a light pink circle.

- [illegible]

- [illegible]

- [illegible]

Clase 24

Tema: La investigación y el análisis de la información

Actividad 50

1 Lea la siguiente información relacionada con un estudio estadístico.

¿Qué seguridad deben proporcionar los parques infantiles?

Cuando diseñamos un parque infantil deberíamos hacerlo pensando en sus **usuarios**² y, por tanto, deberíamos tener siempre presente que sus principales destinatarios son los niños. No debemos olvidar jamás que el juego es fundamental en el desarrollo del niño; aprende y se relaciona con el juego, por lo que es muy importante que este forme parte de su vida cotidiana y a la vez que no supongan ningún peligro para él.

Todos los parques deberían contener elementos **susceptibles**³ de ser utilizados por los niños, integrando elementos diferentes que se conviertan en áreas de juego; las cuales deberán plantearse bajo la perspectiva del cumplimiento de la normativa de seguridad existente tanto para los equipamientos que la componen, como para la superficie sobre la que están instalados.

Fuente:

Tomado de *interempresas.net*

Por ejemplo, para un nuevo juego que va a ser instalado en un parque se debe tener en cuenta el perímetro del cráneo de los niños entre 6 años y 9 años pues el juego tendrá una banda ajustable que protegerá la cabeza. Para asegurarse que la banda tendrá las medidas indicadas, el diseñador decidió ir por el barrio y medir el perímetro craneal de 30 niños entre las edades mencionadas. Los resultados se muestran a continuación

56 cm	55 cm	54 cm	57 cm	56 cm	56 cm
55 cm	58 cm	54 cm	54 cm	54 cm	57 cm
55cm	57 cm	53 cm	53 cm	55 cm	56 cm
56 cm	55 cm	55 cm	55 cm	59 cm	55 cm
57 cm	54 cm	59 cm	52 cm	56 cm	59 cm



² **Usuario:** una persona que tiene derecho de usar de una cosa ajena con cierta limitación.

³ **Susceptibles:** capaz de recibir la acción o el efecto que se expresan a continuación: "susceptible de ser utilizado por los niños..."

2 Una manera organizada para realizar un estudio estadístico se puede fundamentar en los siguientes pasos:

- Definir los parámetros del estudio.
- Organizar la información.
- Determinar las conclusiones.
- Tomar decisiones.

Para cada uno de estos pasos es necesario utilizar los conceptos de estadística aprendidos en las clases anteriores. Así que ¡manos a la obra!

h) Calcule el promedio y la mediana de los perímetros craneales.

[illegible]

i) Teniendo en cuenta la caracterización que hizo de la información sobre los perímetros craneales, escriba tres conclusiones que considere importantes. Comente con dos de sus compañeros sus conclusiones.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each, arranged in a uniform pattern across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Determinación de conclusiones



j) Imagine que usted es el diseñador de los juegos infantiles. Teniendo en cuenta el proceso estadístico realizado, escriba qué decisión tomaría en relación con las medidas de seguridad para la elaboración del juego.

[illegible]

Toma de decisiones

Clase 25

Actividad 51

Ahora que conoce un proceso para realizar un estudio estadístico, en esta actividad trabajará con tres compañeros para organizar su propia investigación. Siga los siguientes pasos:

- 1** Lea el siguiente texto con atención y complete los pasos.

...Y hablando del folclor

El origen del folclor chocoano es en su mayoría africano, con una mezcla española, puesto que casi la totalidad de sus componentes son de raza negra. El aspecto español lo heredó de los esclavos, quienes después de las fiestas de sus amos empezaban a burlarse imitando sus danzas y bailes. El hombre chocoano es muy espontáneo en su folclor, lo vive, baila y danza con el alma, con el cuerpo, con el espíritu. El folclor chocoano es muy variado y abundante.

El folclor musical en el Chocó se remonta a la época en que los negros se reunían en momentos de alegría, en los denominados **bailes de pellejos** porque eran las pieles de animales las que componían los tambores, el alma de la fiesta. Como el Chocó es un pueblo alegre, la música hace parte de uno de los aspectos más importantes de su vida.

Existe en el Chocó un formato musical llamado **Chirimía**, compuesto por flauta, tambora, bombos macho y hembra, clarinete, bombardino y requinta o redoblante.

- 2** Imagínense que tienen la misión de rescatar las costumbres folclóricas, para lo cual van a organizar una muestra de Chirimía y necesitan elaborar los trajes. Para ello, van a tomar la medida de la cintura de los jóvenes (hombres y mujeres) que harán parte del grupo. El grupo lo conformarán 15 hombres y 15 mujeres, así que tendrán que organizar la información teniendo en cuenta el sexo.

Registre la información en el siguiente espacio.

[illegible]

- ### 3 Defina los parámetros del estudio

a) ¿Qué objetivo tiene el estudio?

b) ¿Cuál es la población?



c) ¿Cuál es la muestra? Escriba características específicas.

d) ¿Qué variable o variables se van a estudiar? Clasifíquelas.

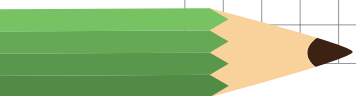
4 Organice la información.

Elabore una tabla de frecuencias, la gráfica o el diagrama que considere que representa mejor la información.

[illegible]

5 Plantee las conclusiones.

Escriba las conclusiones que pudo obtener de esta investigación. Comente con sus compañeros sobre los aprendizajes obtenidos.

A large grid of graph paper with a pencil icon in the bottom left corner. The grid is composed of 20 columns and 10 rows of squares. A pencil icon is located in the bottom left corner, pointing towards the right. The pencil has a green eraser, a yellow body, and a black tip.

6 Tome decisiones.

En este momento, le proponemos que haga realidad el proyecto del grupo de danza. Comente con sus profesores sobre la viabilidad del proyecto y definan con sus compañeros si es posible crear el grupo.



Resumen

- Las **medidas de tendencia central** son una manera de interpretar los datos de una muestra y de una población. Sin embargo, es importante tener en cuenta que no son sólo valores sino que tienen una interpretación específica.
- Es importante analizar si las medidas de tendencia **representan** de manera adecuada la población; para esto es de mucha utilidad elaborar un **diagrama de puntos** y ver qué tan alejados están los diferentes datos de estas medidas.
- Para calcular la media en un **conjunto de datos no agrupados** se utiliza la siguiente expresión:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

- Para calcular la media en un **conjunto de datos agrupados** se utiliza la siguiente expresión.

$$\bar{x} = \frac{f_1 \times M_1 + f_2 \times M_2 + f_3 \times M_3 + \dots + f_n \times M_n}{n}$$

Donde f_i es la frecuencia de cada dato y M_i es la marca de clase del intervalo de la frecuencia f_i .

- Una investigación estadística se puede fundamentar en las siguientes etapas:
 - Definición de los parámetros del estudio: definir la población, la muestra, las características de estas y las variables que se pretenden estudiar.
 - Organización de la información: caracterizar las variables usando los estadísticos estudiados (histograma, gráficas, diagrama de tallo y hojas, medidas de tendencia central, entre otros).
 - Planteamiento de conclusiones: a partir de los estadísticos usados, analizar la información y plantear conclusiones sobre la información.
 - Toma de decisiones: después de usar todas las estrategias de análisis es importante tomar decisiones para mejorar las condiciones de la población estudiada.



Clase 26 Esta clase tiene video

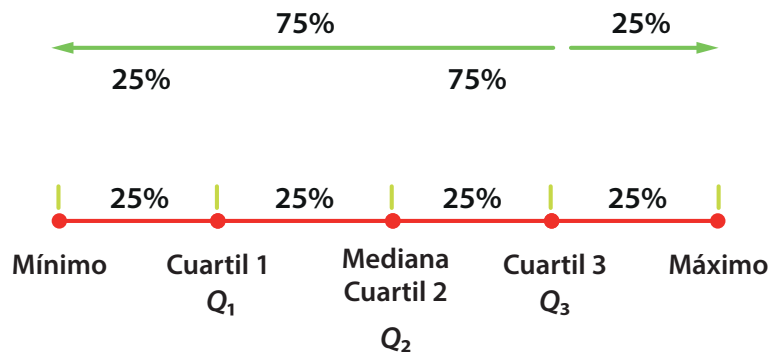
Tema: Cuartiles, percentiles y desviación estándar
Actividad 52
1 Lea la siguiente información.

Ya se vio con anterioridad que la mediana de un conjunto de datos ordenados de acuerdo a su magnitud los divide en dos partes, porcentualmente iguales.

Ahora se trabajarán las medidas de posición, las cuales dividen los datos en determinadas partes, porcentualmente iguales.

Las **medidas de posición** son los percentiles (dividen los datos en 100 partes porcentualmente iguales), los **deciles** (dividen los datos en 10 partes porcentualmente iguales) y los **cuartiles** (dividen los datos en 4 partes porcentualmente iguales).

Los cuartiles se representan como Q_1 , Q_2 y Q_3 . Hasta Q_1 se encuentra el 25% de los datos, hasta Q_2 el 50% de los datos y hasta Q_3 el 75% de los datos. Después de Q_3 se encuentra el 25% restante.


2 Observe un criterio para calcular los cuartiles en el siguiente ejemplo.

A continuación se muestran las distancias (en kilómetros) a las que vive cada uno de los estudiantes de 9º de su colegio.

Distancia a la que viven del colegio (km)							
Carlos	0,1	María	1	Irene	2	Martín	4
Camila	0,5	Verónica	1	Manuel	2,6	Santiago	4
Andrés	0,6	Marcela	1,6	Vivian	2,7	Sofía	4,2
Liliana	0,7	Carol	1,8	Antonio	2,9	Jacobo	4,2
Alejandro	1	Álvaro	2	Gabriel	3	Tomás	4,3

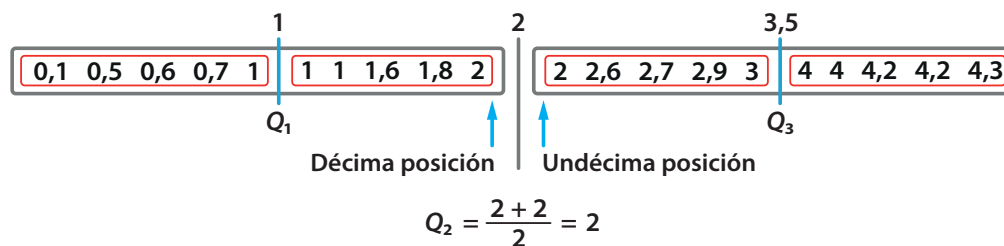
Primero se ordenan los datos de menor a mayor.

0,1 0,5 0,6 0,7 1 1 1 1,6 1,8 2 2 2,6 2,7 2,9 3 4 4 4,2 4,2 4,3

Luego, se determina la posición de Q_2 (que corresponde a la mediana). Como hay un número par de datos (20) el valor de Q_2 estará determinado por el promedio entre los dos valores centrales del grupo de datos, en este caso los datos de las posiciones 10 y 11.

Para hallar Q_1 se realiza un procedimiento similar al anterior, teniendo en cuenta que antes de Q_2 hay un número par de datos (10) así que Q_1 será el promedio de los dos datos centrales (datos en las posiciones 5 y 6 respectivamente). De manera similar Q_3 es el promedio de los datos en las posiciones 15 y 16.

Observe el siguiente esquema:



3 Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta el proceso del ejercicio anterior.

a) ¿Cuántos datos hay antes de Q_1 ? ¿A qué porcentaje del total equivalen?

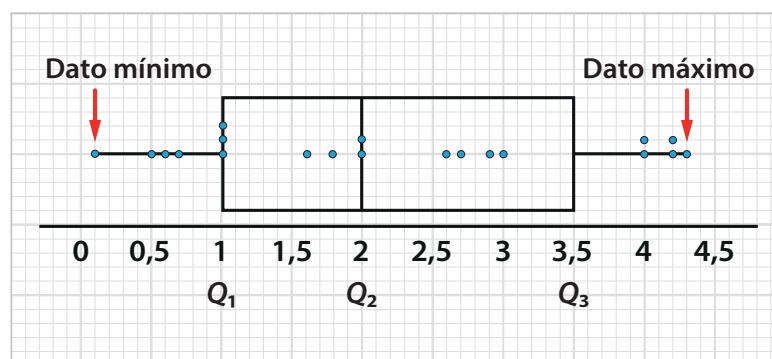
b) ¿Cuántos estudiantes viven a menos de 3,5 km del colegio? ¿A qué porcentaje equivalen?

c) Teniendo en cuenta que $Q_2 = 2$, escriba cómo se puede interpretar este valor teniendo en cuenta las 20 distancias que hay en los datos.

Actividad 53

1 Observe el siguiente diagrama llamado de caja y bigotes.

Un diagrama de caja y bigotes es una representación en la cual se incluyen los valores de los cuartiles y los datos de una distribución. El diagrama que se presenta a continuación se elaboró a partir de la Actividad 52.



Caja: rectángulo comprendido entre Q_1 y Q_3 . La caja siempre está dividida en dos secciones (desde Q_1 hasta Q_2 y desde Q_2 hasta Q_3).

Bigotes: líneas que van desde el dato mínimo hasta Q_1 y desde Q_3 hasta el dato máximo.

- a) Ubique el primer bigote y escriba el nombre de 3 estudiantes que vivan a menos de 1 km del colegio.

Antonio: _____ María: _____ Gabriel: _____

d) Si cada sección de la caja contiene un 25% de los datos, ¿por qué los rectángulos son de diferente tamaño?

a) Ordene los datos de mayor a menor.

[illegible]

c) Según el contexto, ¿qué significa el dato 0?

3 Calcule el valor de Q_1 .

[illegible]

4 Calcule el valor de Q_2 y Q_3 .

[illegible]

5 Elabore el diagrama de caja y bigotes que describe la situación.

6 Escriba dos conclusiones relacionadas con la dispersión de los datos. Si es necesario calcule el promedio para incluirlo en las conclusiones.

[illegible]

En este caso el resultado de la expresión

$$\text{Posición de } Q_k = \frac{k \times N}{4}$$

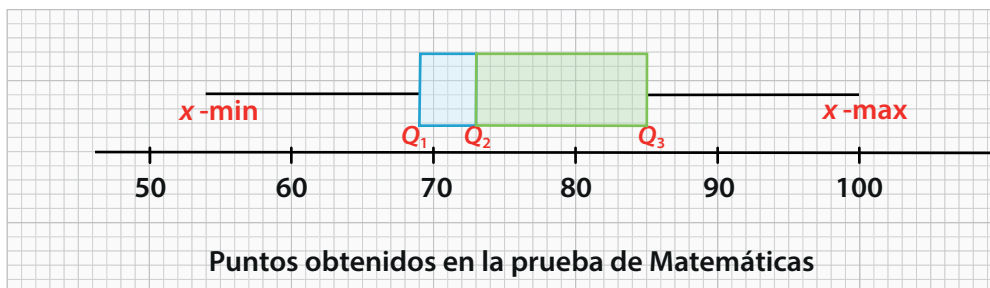
es un número decimal,
que se aproxima al entero
siguiente; así que, el
cuartil está ubicado en
esta posición.



Clase 27

Actividad 55

El siguiente diagrama de caja y bigotes representa los puntajes obtenidos por un curso de 27 estudiantes de grado noveno en una prueba de Matemáticas.



Interprete la información de la caja respondiendo las siguientes preguntas:

- 1 ¿Cuál fue el puntaje más alto y el puntaje más bajo obtenido en la prueba?

- 2 Escriba los puntajes que representan cada uno de los cuartiles:
 $Q_1 =$ _____ $Q_2 =$ _____ $Q_3 =$ _____
- 3 ¿Qué puntajes pudieron haber obtenido el 50% de los estudiantes que están entre Q_1 y Q_3 ?

- 4 ¿Qué porcentaje representan los estudiantes que obtuvieron un puntaje menor o igual a 85 puntos?

- 5 ¿Por qué razón se debe sentir orgulloso un estudiante cuyo puntaje se encuentre en el bigote de la derecha?

- 6 ¿En qué ubicación de la caja debe encontrarse el puntaje de un estudiante que puede estar preocupado por su resultado? Justifique su respuesta.

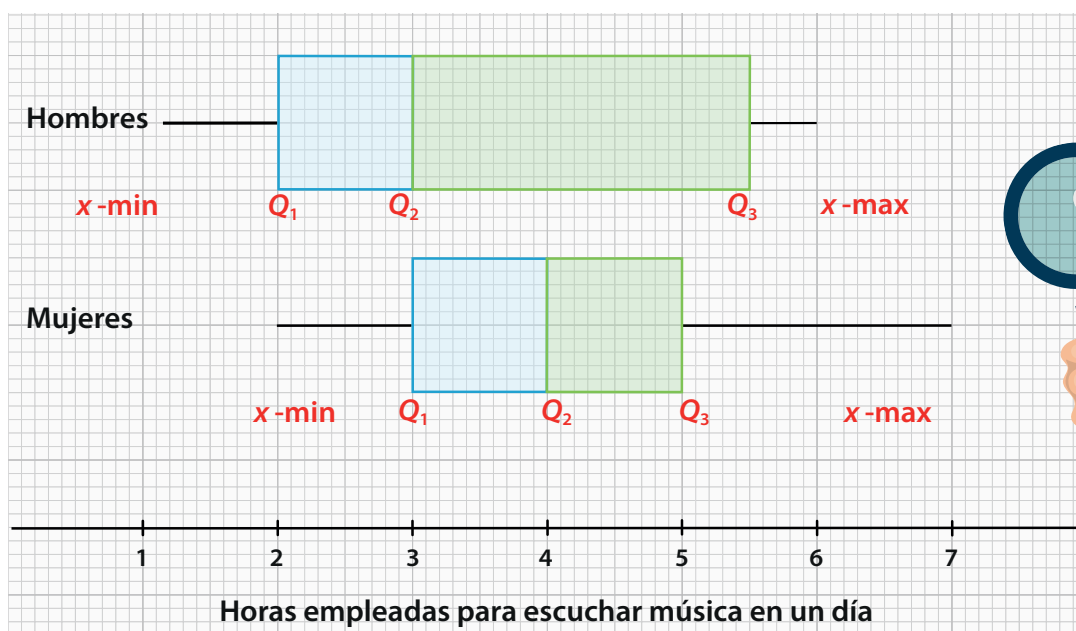
- 7 Escriba una conclusión que pueda deducir a partir del diagrama de caja y bigotes de la situación.

Actividad 56

1 Lea la siguiente información.

Una de las utilidades de los diagramas de caja y bigotes es comparar dos o más conjuntos de datos.

La siguiente gráfica representa dos conjuntos de datos recolectados en una encuesta realizada a dos grupos de jóvenes (12 mujeres y 12 hombres) sobre el tiempo, en horas, que escuchan música en un día.



2 Escriba Falso (F) o Verdadero (V) en cada una de las afirmaciones hechas al interpretar el diagrama de comparación de cajas y bigotes. Justifique cada decisión.

a) En el grupo de las mujeres el 50% de las jóvenes emplean entre 1 y 4 horas del día escuchando música.

b) El 25% de las mujeres (hasta Q_1) dedican menos tiempo del día a escuchar música que el 25% los hombres (hasta Q_1).

c) Una cuarta parte del grupo de los hombres dedican mucho tiempo del día a escuchar música.

d) Las mujeres emplean menos tiempo en escuchar música ya que en la gráfica su caja es más pequeña que la de los hombres.

e) Los hombres dedican menos tiempo del día escuchando música ya que su mediana está por debajo de la mediana de los datos de las mujeres.

Clase 28

Tema: Medidas de posición. Percentiles

Actividad 57

1 Lea la siguiente información. 14

El uso de los percentiles en las tablas de crecimiento de los bebés

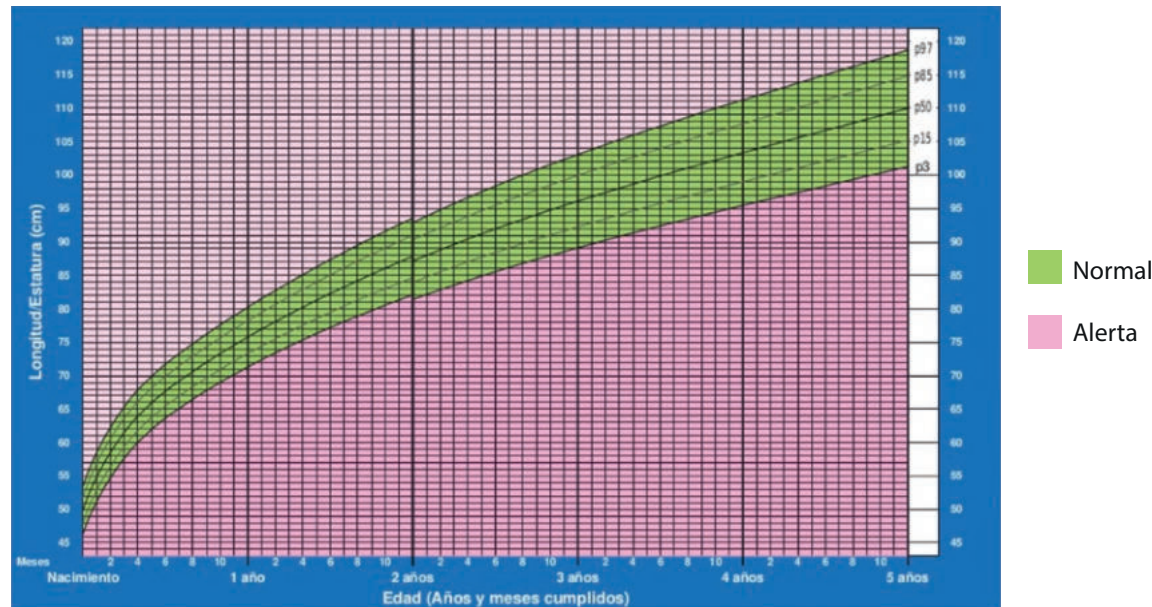
La forma más habitual de seguir el crecimiento de un bebé es usando las tablas de peso y talla de la Organización Mundial de la Salud (OMS). Estas tablas son elaboradas con niños y niñas sanos de 0 a 5 años de edad e incluyen información basada en una medida estadística de posición llamada **percentil**. En este caso específico, el percentil representa una cifra x para la que por debajo de ella estén el $x\%$ de los niños o niñas sanos.

Como los percentiles son 99, se sabe que los datos registrados quedan divididos en 100 partes porcentualmente iguales. Por ejemplo, si un niño (o niña) se encuentra entre el percentil 10 y el 15, esto significa que entre un 10% y un 15% de los niños sanos de su edad pesan menos que el.

La siguiente gráfica representa la tabla de talla dada a los pediatras por la OMS.

Longitud/talla para la edad - NIÑOS

Patrones de crecimiento infantil de la OMS - Nacimiento a 5 años (percentiles)



Los **percentiles** dividen un conjunto de datos en 100 partes porcentualmente iguales. Se notan con la letra p . Los percentiles tienen equivalentes en los cuartiles y en los deciles.

■ ¿A qué cuartil equivale p_{75} ?

■ ¿A qué percentil equivale la mediana?

■ ¿A qué percentil equivale p_{25} ?

2 Analice la información de la tabla de percentiles. Para ello, siga el proceso dado a continuación.

a) Observe al extremo derecho de la región en verde los percentiles. ¿Qué percentiles definen la región verde?

b) ¿Qué significado tiene la región verde? _____

c) ¿Qué significado tiene la región rosada inferior a la región verde?

d) ¿Qué significado tiene la región rosada superior a la región verde?

e) Observe la escala de edad marcada en la parte inferior de la tabla. ¿Cuáles son la menor y la mayor edad que se puede registrar en esta tabla?

f) Observe la escala ubicada a la izquierda de la tabla. ¿Qué variable representa? ¿Cuáles son las medidas mínima y máxima de esta variable?

3 Ahora, ubique en la tabla de percentiles los datos de los siguientes niños y determine con esta información si pueden considerarse en la región “normal” o en la región de “alerta”.

Niño	Edad (meses)	Talla (cm)
Luciano	20	73
Pablo	28	93
Gabriel	6	71
Daniel	18	80
Mario	40	90



4 Piense que usted está en capacidad de dar una recomendación a los padres de cada uno de los niños registrados en la tabla anterior. Teniendo en cuenta la tabla de percentiles, escriba esa recomendación.

Luciano

Pablo

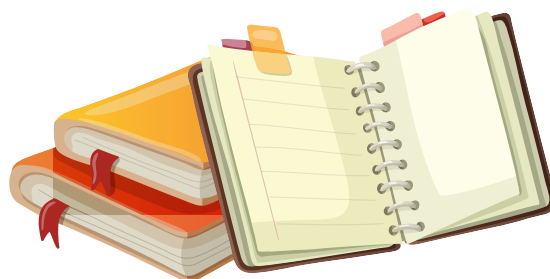
Gabriel

Daniel

Mario

Esta clase tiene video

Actividad 58



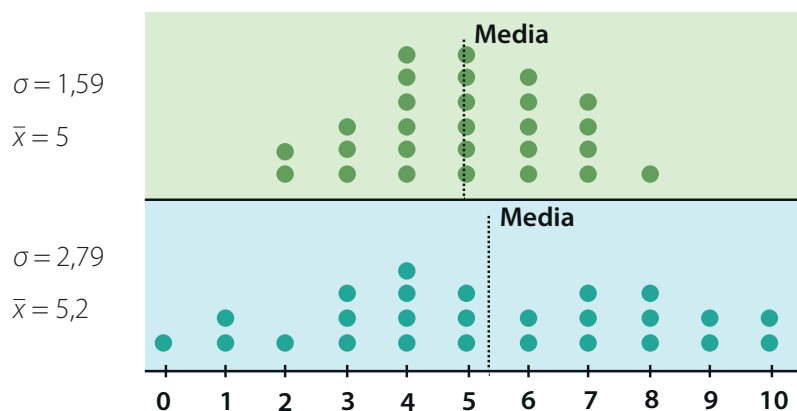
1 Lea la siguiente información.

¿Qué tan lejos del promedio está?

Para responder esta pregunta estadísticamente nos ayudaremos de las medidas de variabilidad o dispersión las cuales nos indican si los datos se encuentran, en promedio, cerca o lejos de la media.

Una de estas medidas es la desviación estándar la cual mide la dispersión de una distribución de datos. Entre más dispersa está una distribución de datos, más grande es su desviación estándar.

La siguiente imagen representa dos distribuciones de datos, verde y azul. Para cada caso se calculó la desviación estándar. 15



Una **desviación estándar** cercana a 0 indica que los datos están más cerca de la Media.

El símbolo de desviación estándar es σ

- Investigue como se llama esta letra griega.

2 Escriba los datos de cada distribución en forma ordenada y en una lista.

[illegible]

3 Observe que en los dos casos el promedio es cercano a 5, pero la desviación estándar es muy diferente. ¿Qué diferencia hay en la distribución de los datos en los dos casos?



Actividad 59

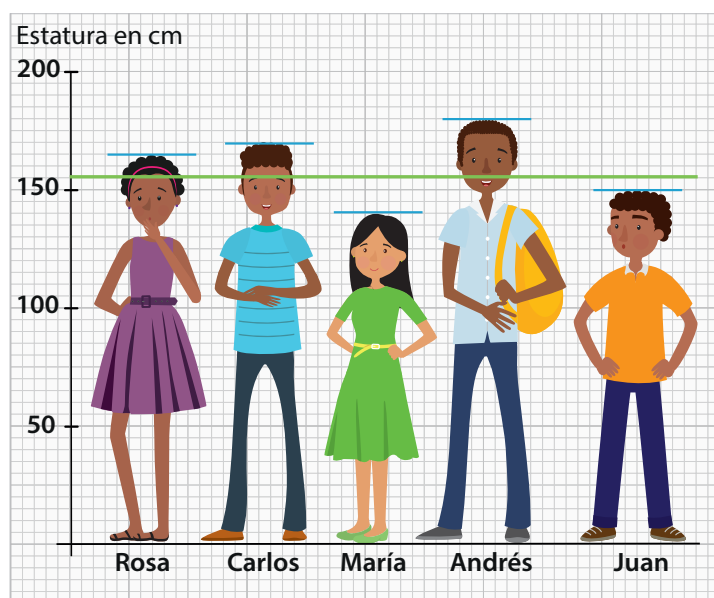
- 1 Observe el proceso para calcular la desviación estándar de la estatura de un grupo de cinco estudiantes de grado noveno. Responda las preguntas que se van planteando.

Juan 150 cm, Carlos 170 cm, Rosa 165 cm, María 140 cm y Andrés 180 cm.

Para calcular la desviación estándar se realizan los siguientes pasos:

Paso 1. Se calcula la media.

$$\text{Media} = \frac{165 + 170 + 140 + 180 + 150}{5} = \frac{805}{5} = 161$$

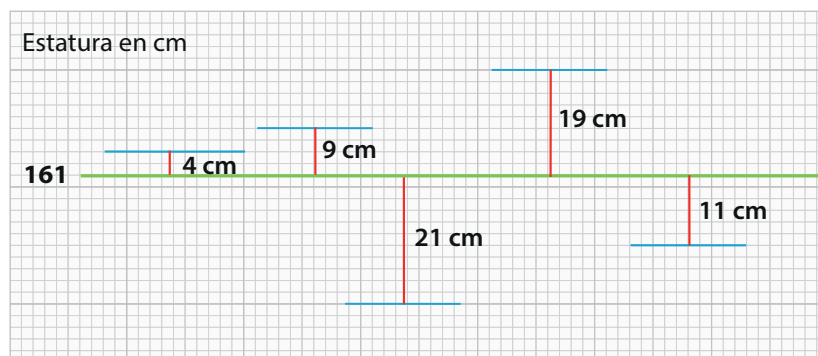


La **altura media** del grupo es de 161 cm; la línea verde marca gráficamente este promedio.



Paso 2. Se calcula la diferencia de cada altura con la media. Recuerde que este valor recibe el nombre de desviación con respecto a la media.

x_i	$x_i - \bar{x}$
165	$165 - 161 = 4$
170	$170 - 161 = 9$
140	$140 - 161 = -21$
180	$180 - 161 = 19$
150	$150 - 161 = -11$



Responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuántos estudiantes tienen estatura por debajo de la media? _____
- b) ¿Cuántos estudiantes tienen estaturas sobre la media? _____
- c) Alguno de los estudiantes tiene estatura promedio? _____

Paso 3: Estas diferencias se elevan al cuadrado, se suman y el resultado se divide entre 5 (que son los datos en este caso).

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
165	$165 - 161 = 4$	16
170	$170 - 161 = 9$	81
140	$140 - 161 = -21$	441
180	$180 - 161 = 19$	361
150	$150 - 161 = -11$	121
	$\sum (x_i - \bar{x})^2$	1020
	$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{5}$	204

El símbolo Σ significa suma. Así la expresión $\Sigma (x_i - \bar{x})^2$ es la suma de todas las desviaciones que han sido elevadas al cuadrado.

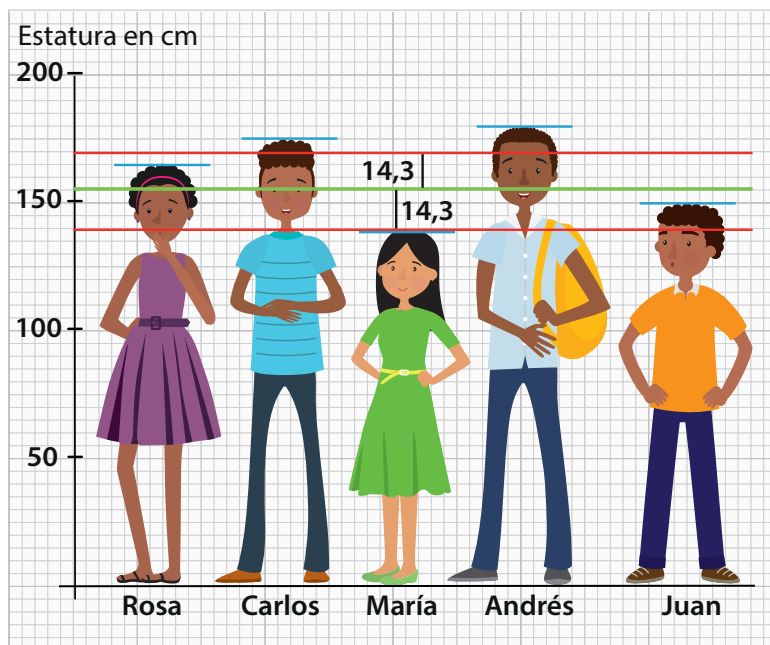


El valor que se encontró al final de la tabla, el 204, recibe el nombre de varianza.

Paso 4. Calcular la desviación

La desviación estándar (σ) es la raíz cuadrada de la varianza. Entonces para el caso de las estaturas se tiene que:

$$\sigma = \sqrt{204} \approx 14,3$$



Observe que las dos líneas rojas señalan una desviación estándar sobre el promedio y una desviación estándar bajo el promedio.



Paso 3. Se elevan al cuadrado las desviaciones, se suma esta columna y se divide entre el número de datos.

[illegible][illegible]